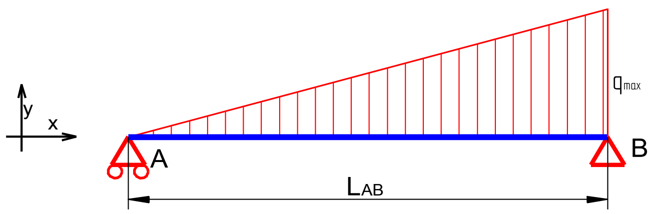
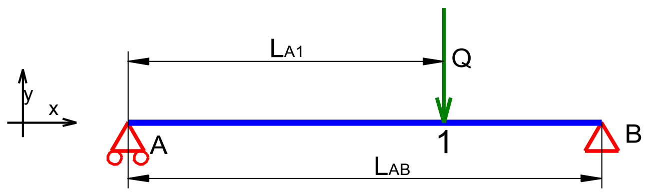
Risoluzione di una trave soggetta ad un carico triangolare

Nella figura riportata è indicata una trave sottoposta ad un carico continuo ad andamento triangolare dove il valore massimo sia q_{max}



Come prima cosa si calcola il carico localizzato **Q,** equivalente al carico continuo applicato, e la sua posizione; sia L_{A1} la sua distanza dalla sezione A.



Il modulo di **Q** si ricava valutando l'area del carico continuo applicato, avendo questo andamento triangolare si ha:

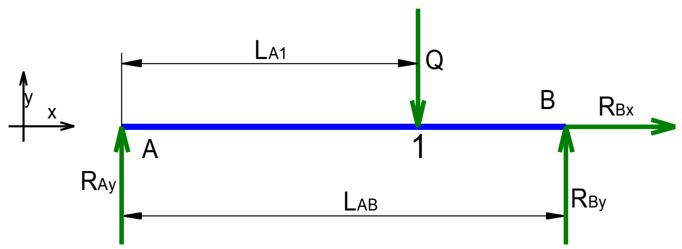
$$Q=\frac{q_{max}\cdot L_{AB}}{2}$$

Questo carico passerà per il baricentro dell'area che rappresenta il carico applicato, ,e quindi:

$$L_{A1}=\frac{2}{3}\,L_{AB}$$

Calcolo delle reazioni vincolari.

Si disegna il *corpo libero associato* ottenuto sostituendo i vincoli con le relative reazioni vincolari



Si applicano quindi a detto corpo le equazioni cardinali della statica:

$$\sum F_x=0 \qquad \sum F_y=0 \qquad \sum M_z=0$$

ottenendo:

$$R_{Bx}=0 \qquad R_{Ay}-Q+R_{By}=0 \qquad Q\cdot L_{A1}-R_{By}\cdot L_{AB}=0$$

Risolvendo si ha:

$$R_{By} = \frac{Q \cdot L_{A1}}{L_A} \quad \rightarrow \quad R_{By} = \frac{Q \cdot \frac{2}{3} L_{AB}}{L_{AB}} \quad \rightarrow \quad R_{By} = \frac{2}{3} Q$$

ricordando il valore di **Q**

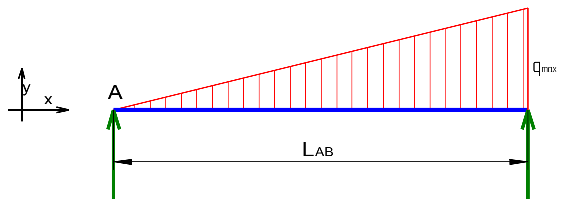
$$R_{By} = \frac{2}{3} \frac{q_{max} \cdot L_{AB}}{2} = \frac{q_{max} \cdot L_{AB}}{3}$$

e

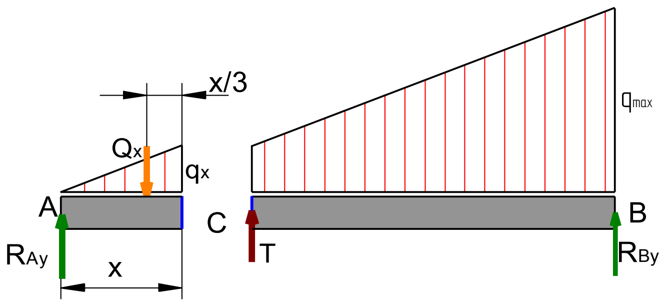
$$R_{Ay} = Q - R_{By} = \frac{q_{max} \cdot L_{AB}}{2} - \frac{q_{max} \cdot L_{AB}}{3} = \frac{q_{max} \cdot L_{Ab}}{6}$$

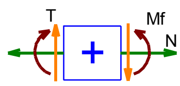
Diagramma caratteristiche azioni esterne

Si analizza la trave con il carico continuo applicato e con le reazioni vincolari appena calcolate.



Si consideri una sezione C posta ad una distanza x dalla sezione A (estremità sinistra della trave) e si ipotizza di tagliare la trave in due tratti AC ed AB.
Se si vuole che i due tratti inizialmente fermi rimangano fermi anche dopo il taglio si devono applicare su ognuno delle forze e dei momenti pari a quelli che sono stati eliminati con la separazione.





In pratica se si vuole che il tratto CB non abbia alcuna traslazione si deve applicare in C una forza T equivalente al carico continuo Q_x ed alla reazioni R_{Ay} eliminati al moneto del taglio

$$T = R_{Ay} - Q_x$$

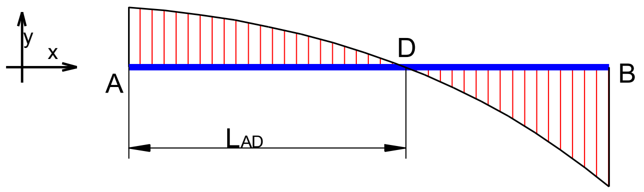
analizzando il carico triangolare è facile rilevare che

$$q_x = \frac{x}{L_{AB}} q_{max} \quad \text{da cui} \quad Q_x = \frac{q_x \cdot x}{2} = \frac{q_{max} \cdot x^2}{2 \cdot L_{AB}}$$

infine si ha:

$$T = \frac{q_{max} \cdot L_{AB}}{6} - \frac{q_{max} \cdot x^2}{2 \cdot L_{AB}}$$

che rappresenta una parabola, come riportata in figura.

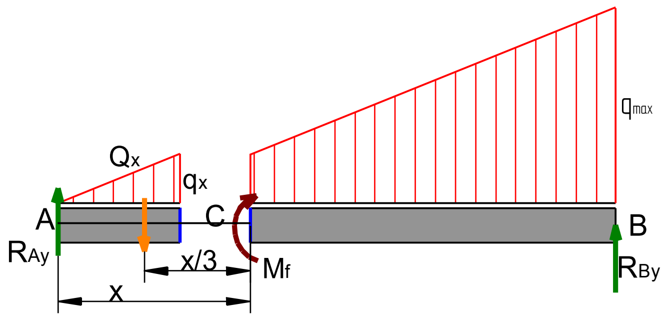


si ricava la sezione dove il taglio è nullo

$$\frac{q_{max} \cdot L_{AB}}{6} - \frac{q_{max} \cdot x^2}{2 \cdot L_{AB}} = 0 \qquad \frac{L_{AB}}{6} = \frac{x^2}{2 \cdot L_{AB}} \qquad x^2 = \frac{L_{AB}^2}{3}$$

$$L_{AD} = \frac{L_{AB}}{\sqrt{3}}$$

Per il momento flettente si ha:



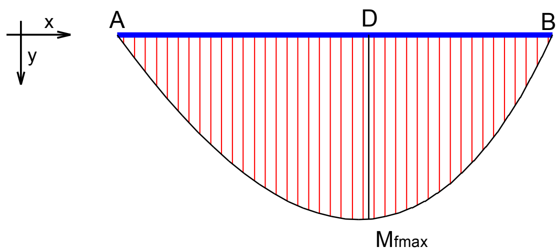
Il momento M_f agente nella sezione C, della parte destra della trave, sarà dato dalla somma algebrica tra il momento generato da R_{Ay} (positivo) e quello generato da Q_x (negativo)

$$M_R = R_{Ay} \cdot x \qquad M_Q = -Q_x \cdot \frac{x}{3}$$

$$M_f = M_R + M_Q = R_{Ay} \cdot x - Q_x \cdot \frac{x}{3}$$

$$M_f = \frac{q_{max} \cdot L_{AB}}{6} \cdot x - \frac{q_{max} \cdot x^2}{2 \cdot L_{AB}} \cdot \frac{x}{3} = \frac{q_{max} \cdot L_{AB}}{6} \cdot x - \frac{q_{max}}{6 \cdot L_{AB}} \cdot x^3$$

anch'esso ha un andamento parabolico, come riportato in figura (il diagramma è riportato sul lato fibre tese)



esso assume il valore massimo nella sezione dove il taglio è nullo

Si calcola infine l'intensità del momento flettente massima.

$$M_{max} = \frac{q_{max} \cdot L_{AB}}{6} \cdot \frac{L_{AB}}{\sqrt{3}} - \frac{q_{max}}{6 \cdot L_{AB}} \cdot \left(\frac{L_{AB}}{\sqrt{3}}\right)^3$$

$$M_{max} = \frac{q_{max} \cdot L_{AB}^2}{6 \cdot \sqrt{3}} - \frac{q_{max} \cdot L_{AB}^3}{6 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} \cdot L_{AB}} = \frac{q_{max} \cdot L_{AB}^2}{6 \cdot \sqrt{3}} \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)$$

$$M_{max} = \frac{q_{max} \cdot L_{AB}^2}{9\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{27} \cdot q_{max} \cdot L_{AB}^2$$