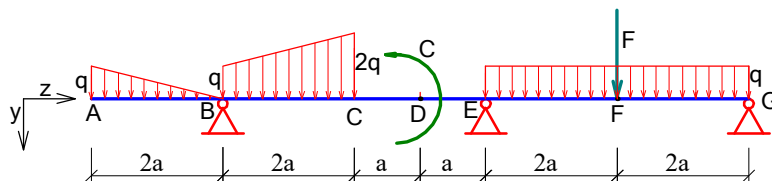


Con riferimento alla trave in figura



assumendo la soppressione del vincolo in B ai fini dell'applicazione del metodo delle forze si chiede di:

- classificare la struttura (labile, isostatica, iperstatica)
- determinare le reazioni vincolari
- si rappresentino i diagrammi delle sollecitazioni interne (T, M) in opportune scale, riportando anche le equazioni (indefinite di equilibrio delle singole travi o di equilibrio di porzioni di tronchi) dalle quali si sono dedotti i valori numerici riportati nei predetti diagrammi
- si rappresenti la deformata a maniera.

Si ponga: $a = 1 \text{ [m]}$, $C = 30 \text{ [kNm]}$, $F = 40 \text{ [kN]}$, $q = 20 \text{ [kN/m]}$,

~ ° ~

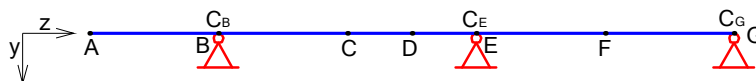
Classificazione struttura

i gradi di libertà g.d.l. sono $3 \cdot t = 3 \cdot 1 = 3$;

i gradi di vincolo (molteplicità) $S = 2 + 2 + 2 = 6$;

2 per ognuna delle cerniere in B, in E, in G.

La struttura può essere iperstatica oppure labile



I centri di rotazione, relativi alle tre cerniere, non possono coincidere per cui la struttura non è labile

La struttura è 3 volte iperstatica.

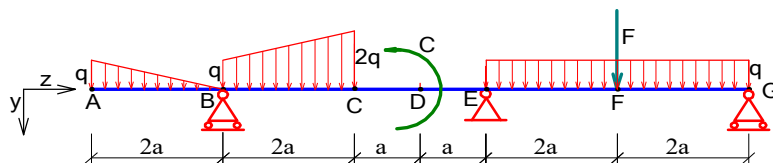
Semplificazione

Sulla struttura non esistono carichi diretti secondo l'asse z .

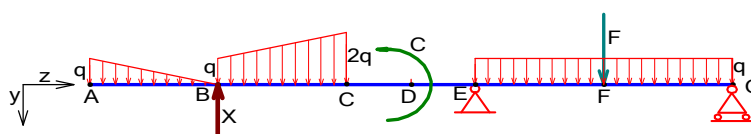
Per questo: le componenti dei vincoli, dirette lungo z , sarà 0.

È possibile sostituire le cerniere in B ed in G con dei carrelli.

Per la soluzione del problema è necessario scegliere uno schema isostatico equivalente.

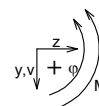


La traccia chiede che il carrello in B sia stato sostituito dalla sua reazione vincolare X che deve essere calcolata.

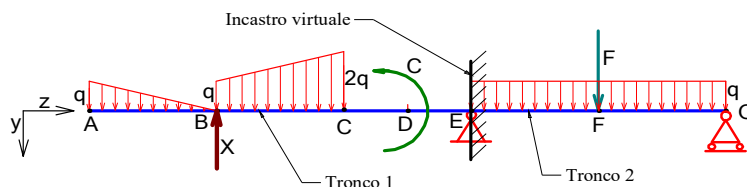


Ciò sarà fatto utilizzando gli schemi base ed imponendo nullo lo spostamento della sezione in B

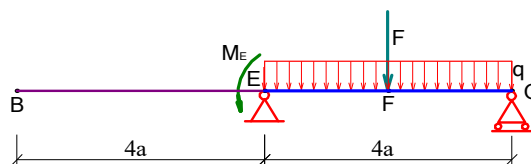
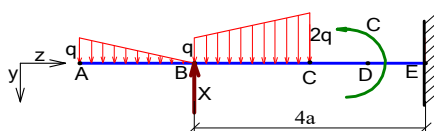
Convenzione segni spostamenti e deformazioni



Per effettuare il calcolo si divide la trave in due tronchi, tagliandola nella sezione E come indicato in figura



Nelle due figure che seguono sono riportati, separatamente, i due tronchi

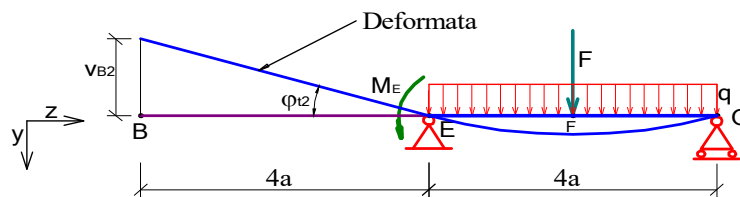


Al tronco 1 è stato aggiunto incastro in quanto esso risulta, all'origine, continuo con il tronco 2.

Al tronco 2 è stato aggiunto il tratto rigido BE per visualizzare il movimento del punto B in dipendenza dei carichi applicati

Il momento M_E è il momento risultante nella sezione E di tutti i carichi applicati tra la sezione A e la sezione E

Analisi deformazione del Tratto 2



Nella figura è riportato il tronco 2 dove è indicata anche la sua possibile deformata.

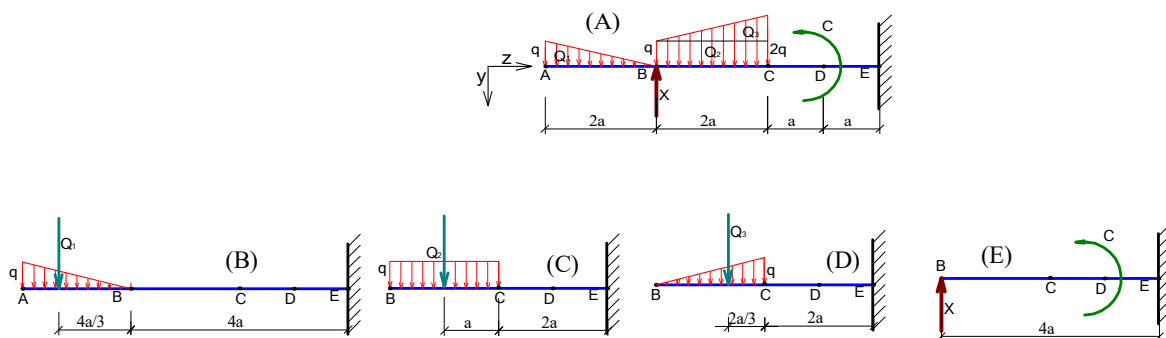
Nella sezione in E ci sarà una deformazione angolare φ_{12} che farà ruotare (nel disegno in senso orario) il tratto rigido BE per cui la sezione in B si solleverà di una quantità v_{B2} (verso l'alto y negativo)

Considerati i piccoli spostamenti vale la relazione

$$v_{B2} = \varphi_{12} \cdot L_{BE} = \varphi_{12} \cdot 4a$$

Sul tronco sono applicati: il carico continuo q, la forza F, il momento M_E ; che rappresenta l'azione dei carichi agenti sul tratto BE

Vale il principio di sovrapposizione degli effetti per cui si valuteranno le deformazioni determinate dai singoli carichi e poi si effettuerà la somma algebrica.

Calcolo momento M_E 

Nella fig(A) è riportato il tratto BE con tutti i carichi applicati,

I vari carichi i producono ognuno un momento rispetto alla sezione E, il momento M_E è la somma dei singoli momenti

Il carico continuo trapezoidale è stato diviso in due: uno costante rettangolare ed variabile linearmente triangolare.

$$\text{Il carico } Q_1 \text{ di intensità } Q_1 = \frac{q \cdot 2a}{2} = q \cdot a \text{ darà un momento pari a } M_{Q1} = Q_1 \cdot \left(4a + \frac{4}{3}a\right) \quad M_{Q1} = \frac{16}{3} q a^2$$

$$\text{Il carico } Q_2 \text{ di intensità } Q_2 = q \cdot 2a = 2qa \text{ darà un momento pari a } M_{Q2} = Q_2 \cdot (2a + a) \quad M_{Q2} = 6 q a^2$$

$$\text{Il carico } Q_3 \text{ di intensità } Q_3 = \frac{q \cdot 2a}{2} = qa \text{ darà un momento pari a } M_{Q3} = Q_3 \cdot \left(2a + \frac{2}{3}a\right) \quad M_{Q3} = \frac{8}{3} q a^2$$

$$\text{La coppia in D produrrà un momento pari a } M_C = C$$

$$\text{La forza X produrrà un momento con rotazione oraria pari a } M_X = -X \cdot 4a$$

I carichi q e la coppia C producono una rotazione antioraria positiva, la forza X una rotazione oraria negativa

Il momento M_E è la somma dei singoli momenti

$$M_E = M_{Q1} + M_{Q2} + M_{Q3} + M_C + M_X = \frac{16}{3} q a^2 + 6 q a^2 + \frac{8}{3} q a^2 + C - X \cdot 4a$$

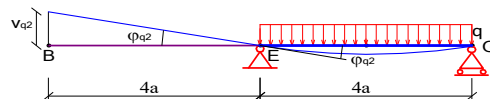
$$M_E = 14 q a^2 + C - X \cdot 4a$$

Analisi deformazione del Tratto 2

Per il calcolo delle deformazioni si farà riferimento alla tavola contenente soluzioni di problemi elastici notevoli. Si tenga presente che nel caso in esame $l=4a$ e che in valore assoluto $C_1=C_2=C$

Carico Continuo

formula $\varphi_{q2} = -\frac{q \cdot l^3}{24 EI}$

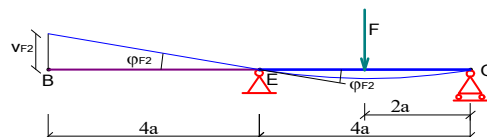


che diventa $\varphi_{q2} = -\frac{q \cdot (4a)^3}{24 EI}$ $\varphi_{q2} = -\frac{8}{3} \frac{q \cdot a^3}{EI}$

lo spostamento della sezione B è $v_{q2} = \varphi_{q2} \cdot 4a = -\frac{8}{3} \frac{q \cdot a^3}{EI} \cdot 4a = -\frac{32}{3} \frac{q \cdot a^4}{EI}$ $v_{q2} = -\frac{32}{3} \frac{q \cdot a^4}{EI}$ (21)

Forza in mezzeria

formula $\varphi_{F2} = -\frac{F \cdot l^2}{16 EI}$

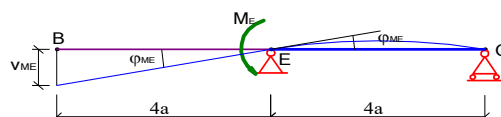


che diventa $\varphi_{F2} = -\frac{F \cdot (4a)^2}{16 EI}$ $\varphi_{F2} = -\frac{F \cdot a^2}{EI}$

lo spostamento della sezione è $v_{F2} = \varphi_{F2} \cdot 4a = -\frac{F \cdot a^2}{EI} \cdot 4a = -4 \frac{F \cdot a^3}{EI}$ $v_{F2} = -4 \frac{F \cdot a^3}{EI}$ (22)

Momento M_E

formula $\varphi_{ME} = \frac{C \cdot l}{3 EI}$



che diventa $\varphi_{ME} = \frac{M_E \cdot 4a}{3 EI}$ $\varphi_{ME} = \frac{4}{3} \frac{M_E \cdot a}{EI}$

lo spostamento della sezione B $v_{ME} = \varphi_{ME} \cdot 4a = \frac{4}{3} \frac{M_E \cdot a}{EI} \cdot 4a = \frac{16}{3} \frac{M_E \cdot a^2}{EI}$

ma $M_E = 14 q a^2 + C - X \cdot 4a$ sostituendo: $v_{ME} = \frac{16}{3} \frac{a^2}{EI} \cdot M_E = \frac{16}{3} \frac{a^2}{EI} \cdot (14 q a^2 + C - X \cdot 4a)$

$v_{ME} = \frac{224}{3} \frac{q a^4}{EI} + \frac{16}{3} \frac{C \cdot a^2}{EI} - \frac{64}{3} \frac{X a^3}{EI}$ (23)

I singoli spostamento sono:

$$v_{q2} = -\frac{32}{3} \frac{q \cdot a^4}{EI}$$

$$v_{F2} = -4 \frac{F \cdot a^3}{EI}$$

$$v_{ME} = \frac{224}{3} \frac{q a^4}{EI} + \frac{16}{3} \frac{C \cdot a^2}{EI} - \frac{64}{3} \frac{X a^3}{EI}$$

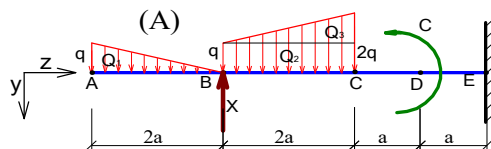
Lo spostamento totale della sezione B è la somma dei singoli spostamenti $v_{B2} = v_{q2} + v_{F2} + v_{ME}$

sostituendo
$$v_{B2} = \left(-\frac{32}{3} \frac{q \cdot a^4}{EI} \right) + \left(-4 \frac{F \cdot a^3}{EI} \right) + \left(\frac{224}{3} \frac{q a^4}{EI} + \frac{16}{3} \frac{C \cdot a^2}{EI} - \frac{64}{3} \frac{X a^3}{EI} \right)$$

da cui

$$v_{B2} = 64 \frac{q \cdot a^4}{EI} + \frac{16}{3} \frac{C \cdot a^2}{EI} - 4 \frac{F a^3}{EI} - \frac{64}{3} \frac{X a^3}{EI}$$

Analisi deformazione del tratto I



Si analizzano gli spostamenti della sezione B dovuti ai singoli carichi

Carico Q_1

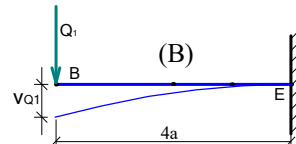
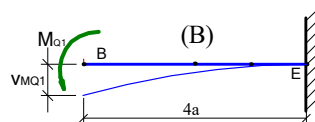
Questo carico produce un abbassamento della sezione B, calcolarlo si sposta il carico nella sezione

Spostando la forza Q_1 nella sezione B è necessario applicare, in B, il momento M_{Q1} che Q_1 ha rispetto a B. Come riportato nella figura a lato

In precedenza è stato ricavato $Q_1 = q \cdot a$

Rispetto alla sezione B esso ha un momento $M_{Q1} = Q_1 \cdot \frac{4}{3} a = q a \cdot \frac{4}{3} a = \frac{4}{3} q a^2$

Mediante gli schemi notevoli si ricavano gli spostamenti prodotti dalla forza e dal momento, si noti $l = 4a$ che



Per il momento M_{Q1}

formula
$$v_{MQ1} = \frac{C \cdot l^2}{2EI}$$

che diventa
$$v_{MQ1} = \frac{M_{Q1} \cdot (4a)^2}{2EI} = \frac{4}{3} q a^2 \cdot \frac{(4a)^2}{2EI} = \frac{32}{3} \frac{q a^4}{EI}$$

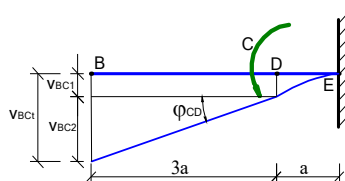
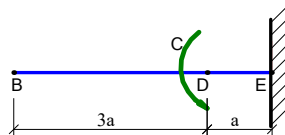
$$v_{MQ1} = \frac{32}{3} \frac{q a^4}{EI} \quad (11)$$

Per il carico Q_1

formula
$$v_{Q1} = \frac{F \cdot l^3}{3EI}$$

che diventa
$$v_{Q1} = \frac{Q_1 \cdot (4a)^3}{3EI} = \frac{qa \cdot (4a)^3}{3EI} = \frac{64}{3} \frac{qa^4}{EI}$$
 $v_{Q1} = \frac{64}{3} \frac{qa^4}{EI}$ (12)

Coppia C applicata nella sezione D, in questo caso $l = a$



La coppia C impone una deformazione al tratto DE con un abbassamento v_{BC1} della sezione D ed una sua rotazione φ_{CD} .

Il tratto BD è scarico per cui non si deforma, ma ruota di un angolo pari a φ_{CD} , questa rotazione produce un ulteriore spostamento di B pari a v_{BC2}

Lo spostamento della sezione B sarà la somma dei due spostamenti

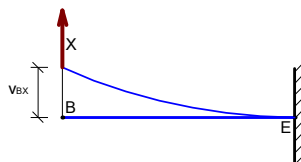
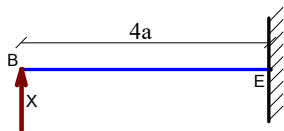
Per v_{BC1} formula
$$v_{BC1} = \frac{C \cdot l^2}{2EI}$$
 che diventa
$$v_{BC1} = \frac{C \cdot a^2}{2EI}$$

Per φ_{CD} formula
$$\varphi_{CD} = \frac{C \cdot l}{EI}$$
 che diventa
$$\varphi_{CD} = \frac{C \cdot a}{EI}$$

Per piccoli spostamenti si ha
$$v_{BC2} = \varphi_{CD} \cdot 3a = \frac{C \cdot a}{EI} \cdot 3a = 3 \frac{C \cdot a^2}{EI}$$

Lo spostamento totale sarà
$$v_{BCt} = v_{BC1} + v_{BC2} = \frac{C \cdot a^2}{2EI} + 3 \frac{C \cdot a^2}{EI} = \frac{7}{2} \frac{C \cdot a^2}{EI}$$
 $v_{BCt} = \frac{7}{2} \frac{C \cdot a^2}{EI}$ (13)

La forza X applicata nella sezione B in questo caso $l = 4a$

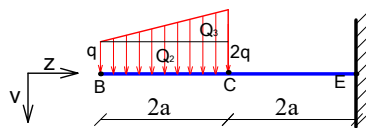


La forza impone una innalzamento v_{BX} della sezione B v_{BC1}

Per il carico X formula
$$v_{QX} = \frac{F \cdot l^3}{3EI}$$

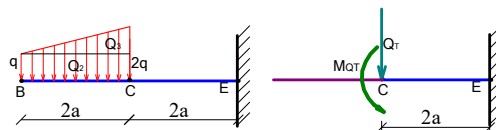
che diventa
$$v_{BX} = -\frac{X \cdot (4a)^3}{3EI} = -\frac{64}{3} \frac{Xa^3}{EI}$$
 $v_{QX} = -\frac{64}{3} \frac{Xa^3}{EI}$ (14)

Carico continuo trapezoidale tra le sezioni B e C



Lo spostamento della sezione B si ricaverà dalla somma di degli spostamenti della sezione C relativi al tratto CE e degli spostamenti di B relativi al tratto BC

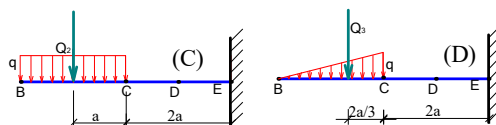
Si calcola il carico localizzato Q_T , equivalente al carico continuo, e lo si posiziona nella sezione C, nella stessa sezione ci sarà un momento M_{QT} dovuto allo spostamento della forza dalla sua posizione alla sezione C



Si divide il carico continuo in due: uno rettangolare ed uno triangolare.

I due carichi equivalenti sono stati calcolati in precedenza

$$Q_2 = 2qa \quad Q_3 = qa$$



Con i dati segnati in figura si calcolano i momenti delle due forze rispetto alla sezione C

$$M_{CQ_2} = Q_2 \cdot a = 2qa \cdot a \quad M_{CQ_2} = 2qa^2 \quad \text{e} \quad M_{CQ_3} = Q_3 \cdot \frac{2}{3}a = qa \cdot \frac{2}{3}a \quad M_{CQ_3} = \frac{2}{3}qa^2$$

I totali saranno: $Q_T = Q_2 + Q_3 = 2qa + qa \quad Q_T = 3qa$

$$\text{e} \quad M_{CQT} = M_{CQ_2} + M_{CQ_3} = 2qa^2 + \frac{2}{3}qa^2 \quad M_{CQT} = \frac{8}{3}qa^2$$

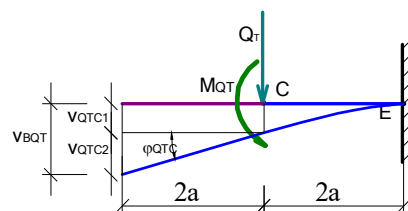
Le relazioni degli spostamenti e delle deformazioni angolari per un carico localizzato e per il momento sono in questo caso $l = 2a$

le relazioni fondamentali sono

$$v_{CQT} = \frac{Fl^3}{3EI} \quad v_{CMQT} = \frac{Cl^2}{2EI}$$

$$\varphi_{CQT} = \frac{Fl^2}{2EI} \quad \varphi_{CMQT} = \frac{Cl}{EI}$$

si ha



$$v_{QTC1} = v_{CQT} + v_{CMQT} = \frac{Q_T(2a)^3}{3EI} + \frac{M_{CQT}(2a)^2}{2EI} = \frac{3qa(2a)^3}{3EI} + \frac{8}{3} \frac{qa^2(2a)^2}{2EI}$$

$$\text{da cui} \quad v_{QTC1} = \frac{qa \cdot 8a^3}{EI} + \frac{4}{3} \frac{qa^2 \cdot 4a^2}{EI} = 8 \frac{qa^4}{EI} + \frac{16}{3} \frac{qa^4}{EI}$$

$$v_{QTC1} = \frac{40}{3} \frac{qa^4}{EI}$$

per gli angoli si opera in modo simile

$$\varphi_{CQ} = \varphi_{CQT} + \varphi_{CMQT} = \frac{Q_T(2a)^2}{2EI} + \frac{M_{CQT}(2a)}{EI} = \frac{3qa(2a)^2}{2EI} + \frac{8}{3} \frac{qa^2(2a)}{EI}$$

da cui $\varphi_{CQ} = \frac{3qa(4a^2)}{2EI} + \frac{8qa^2(2a)}{3EI} = \frac{6qa^3}{EI} + \frac{16qa^3}{3EI}$

$$\varphi_{CQ} = \frac{34}{3} \frac{qa^3}{EI}$$

lo spostamento dovuto alla rotazione è $v_{QTC2} = \varphi_{CQ} \cdot 2a = \frac{34}{3} \frac{qa^3}{EI} \cdot 2a$

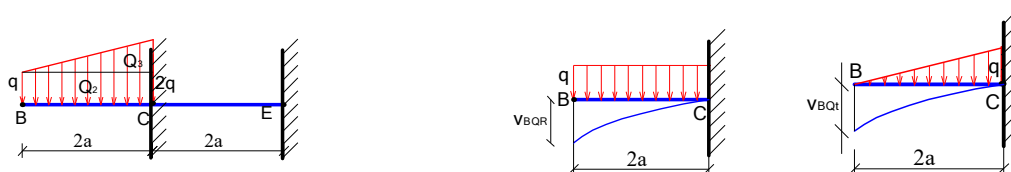
$$v_{QTC2} = \frac{68}{3} \frac{qa^4}{EI}$$

infine lo spostamento complessivo $v_{BQT} = v_{QTC1} + v_{QTC2} = \frac{40}{3} \frac{qa^4}{EI} + \frac{68}{3} \frac{qa^4}{EI}$

$$v_{BQT} = 36 \frac{qa^4}{EI} \quad (15)$$

Spostamenti della sezione B dovuti al carico trapezoidale rispetto alla sezione C $l = 2a$

Si ipotizza di inserire in C un incastro virtuale e si scompone il carico trapezio in un carico rettangolare ed un carico triangolare



Le relazioni degli spostamenti sono

carico costante

formula $v_{BQR} = \frac{ql^4}{8EI}$ che diventa $v_{BQR} = \frac{q(2a)^4}{8EI} = \frac{q \cdot 16a^4}{8EI}$

$$v_{BQR} = 2 \frac{q \cdot a^4}{EI} \quad (16)$$

carico triangolare

formula $v_{BQt} = \frac{ql^4}{30EI}$ che diventa $v_{BQt} = \frac{q(2a)^4}{30EI} = \frac{q \cdot 16a^4}{30EI}$

$$v_{BQt} = \frac{8}{15} \frac{q \cdot a^4}{EI} \quad (17)$$

Gli spostamenti trovati per il tronco uno sono

$$v_{MQ1} = \frac{32}{3} \frac{qa^4}{EI}$$

$$v_{Q1} = \frac{64}{3} \frac{qa^4}{EI}$$

$$v_{BC1} = \frac{7}{2} \frac{C \cdot a^2}{EI}$$

$$v_{QX} = -\frac{64}{3} \frac{Xa^3}{EI}$$

$$v_{BQT} = 36 \frac{qa^4}{EI}$$

$$v_{BQR} = 2 \frac{q \cdot a^4}{EI}$$

$$v_{BQt} = \frac{8}{15} \frac{q \cdot a^4}{EI}$$

Lo spostamento totale del punto B è la somma dei singoli spostamenti

$$v_{B1} = v_{MQ1} + v_{Q1} + v_{BC1} + v_{QX} + v_{BQT} + v_{BQR} + v_{BQt}$$

sostituendo

$$v_{B1} = \frac{32}{3} \frac{qa^4}{EI} + \frac{64}{3} \frac{qa^4}{EI} + \frac{7}{2} \frac{C \cdot a^2}{EI} - \frac{64}{3} \frac{Xa^3}{EI} + 36 \frac{qa^4}{EI} + 2 \frac{q \cdot a^4}{EI} + \frac{8}{15} \frac{q \cdot a^4}{EI}$$

da cui

$$v_{B1} = \frac{qa^4}{EI} \left(\frac{32}{3} + \frac{64}{3} + 36 + 2 + \frac{8}{15} \right) - \frac{64}{3} \frac{Xa^3}{EI} + \frac{7}{2} \frac{C \cdot a^2}{EI}$$

infine

$$v_{B1} = \frac{1058}{15} \frac{qa^4}{EI} - \frac{64}{3} \frac{Xa^3}{EI} + \frac{7}{2} \frac{C \cdot a^2}{EI}$$

Lo spostamento totale è la somma dei due calcolati in precedenza

$$v_B = v_{B1} + v_{B2}$$

$$v_{B1} = \frac{1058}{15} \frac{qa^4}{EI} - \frac{64}{3} \frac{Xa^3}{EI} + \frac{7}{2} \frac{C \cdot a^2}{EI} \quad v_{B2} = 64 \frac{q \cdot a^4}{EI} + \frac{16}{3} \frac{C \cdot a^2}{EI} - 4 \frac{Fa^3}{EI} - \frac{64}{3} \frac{Xa^3}{EI}$$

sostituendo

$$v_B = \frac{1058}{15} \frac{qa^4}{EI} - \frac{64}{3} \frac{Xa^3}{EI} + \frac{7}{2} \frac{C \cdot a^2}{EI} + 64 \frac{q \cdot a^4}{EI} + \frac{16}{3} \frac{C \cdot a^2}{EI} - 4 \frac{Fa^3}{EI} - \frac{64}{3} \frac{Xa^3}{EI}$$

da cui

$$v_B = \frac{2018}{15} \frac{qa^4}{EI} - \frac{128}{3} \frac{Xa^3}{EI} + \frac{53}{6} \frac{C \cdot a^2}{EI} - 4 \frac{Fa^3}{EI}$$

imponendo $v_B = 0$

$$v_B = \frac{2018}{15} \frac{qa^4}{EI} - \frac{128}{3} \frac{Xa^3}{EI} + \frac{53}{6} \frac{C \cdot a^2}{EI} - 4 \frac{Fa^3}{EI} = 0$$

si ha

$$\frac{2018}{15} qa^4 - \frac{128}{3} Xa^3 + \frac{53}{6} C \cdot a^2 - 4 Fa^3 = 0 \quad \frac{2018}{15} qa^2 - \frac{128}{3} Xa + \frac{37}{6} C - 4 Fa = 0$$

si ricava l'espressione della forza

$$X = \frac{3 \cdot \left(\frac{2018}{15} qa^2 + \frac{37}{6} C - 4 Fa \right)}{128 a}$$

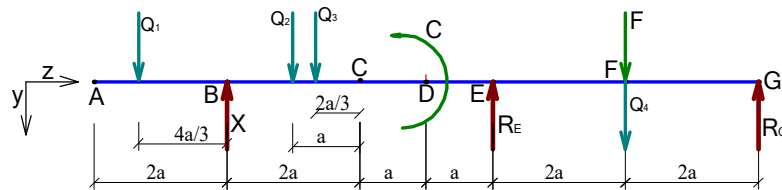
Ricordato che $a = 1$ [m], $C = 30$ [kNm], $F = 40$ [kN], $q = 20$ [kN/m],

si ottiene

$$X = 3 \frac{\left(\frac{2018}{15} 20 \cdot 1^2 + \frac{53}{6} 30 - 4 \cdot 40 \cdot 1 \right)}{128 \cdot 1} = 65,523 \text{ [kN]}$$

Calcolo Reazioni vincolari

Si considera il corpo libero associato, sostituendo ai carichi continui i carichi concentrati equivalenti.



Si considera l'equilibrio alla rotazione attorno alla sezione G

$$\sum M_z^{(G)} = 0 \quad F \cdot 2a + Q_4 \cdot 2a + R_E \cdot 4a + C + Q_3 \cdot \left(6a + \frac{2}{3}a\right) + Q_2 \cdot 7a - X \cdot 8a + Q_1 \cdot \left(8a + \frac{4}{3}a\right) = 0$$

I carichi valgono $Q_1 = q \cdot a = 20 [kN]$ $Q_2 = 2qa = 40 [kN]$ $Q_3 = qa = 20 [kN]$ $Q_4 = q \cdot 4a = 80 [kN]$

Sostituendo si ha. $F \cdot 2a + q \cdot 4a \cdot 2a - R_E \cdot 4a + C + qa \cdot \left(6a + \frac{2}{3}a\right) + 2qa \cdot 7a - X \cdot 8a + q \cdot a \cdot \left(8a + \frac{4}{3}a\right) = 0$

da cui $F \cdot 2a + 8qa^2 - R_E \cdot 4a + C + \frac{20}{3}qa^2 + 14qa^2 - X \cdot 8a + \frac{28}{3}qa^2 = 0$

$$F \cdot 2a - R_E \cdot 4a - X \cdot 8a + C + qa^2 \left(8 + \frac{20}{3} + 14 + \frac{28}{3}\right) = 0 \quad F \cdot 2a - R_E \cdot 4a - X \cdot 8a + C + 38qa^2 = 0$$

$$R_E = \frac{(F \cdot 2a - X \cdot 8a + C + 38qa^2)}{4a} = \frac{(40 \cdot 2 - 65,52 \cdot 8 + 30 + 38 \cdot 20)}{4} = 86,46 [kN]$$

Per calcolare la reazione R_G

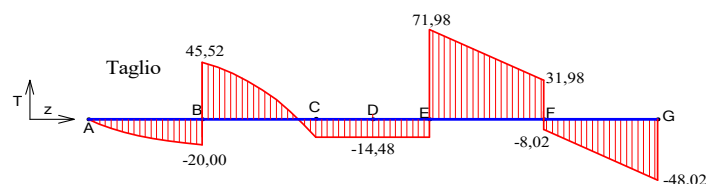
$$\sum F_y = 0 \quad Q_1 - X + Q_2 + Q_3 + Q_4 - R_E + F - R_G = 0$$

$$R_G = Q_1 - X + Q_2 + Q_3 + Q_4 - R_E + F = 20 - 65,52 + 40 + 20 + 80 - 86,46 + 40 = 48,02 [kN]$$

$$R_G = 48,02 [kN]$$

Diagrammi e deformata

Taglio



In A non c'è forza localizzata per cui il taglio è 0

Sul tratto AB il taglio è negativo e varia in modo quadratico il suo valore minimo si ha in B e vale

$$T_{BS} = -q \frac{2 \cdot a}{2} = 20 \cdot 1 = -20$$

Nella sezione B c'è la reazione X per cui sulle due facce avremo tagli diversi: $T_{BS} = -20 [kN]$

$$T_{BD} = -20 + 65,52 = 45,52 [kN]$$

Nel tratto BC è presente un carico continuo $q(z)$ variabile linearmente per cui il taglio varierà con andamento parabolico

$$\text{Nella sezione D il taglio sarà: } T_D = T_{BD} - Q_t = 45,52 - \frac{(20+40) \cdot 2}{2} = -14,48 [kN]$$

Sul tratto CE il taglio è costante e pari a -14,48.

Nella sezione E c'è la reazione R_E , sulle due facce avremo tagli diversi: $T_{ES} = -14,48 [kN]$

$$T_{ED} = -14,48 + 86,45 = 71,97 [kN]$$

Nel tratto EH è presente un carico costante q per cui il taglio varierà con andamento lineare

$$\text{Nella sezione F il taglio sarà: } T_H = T_{ED} - Q_c = 71,97 - 20 \cdot 2 = -31,97 [kN]$$

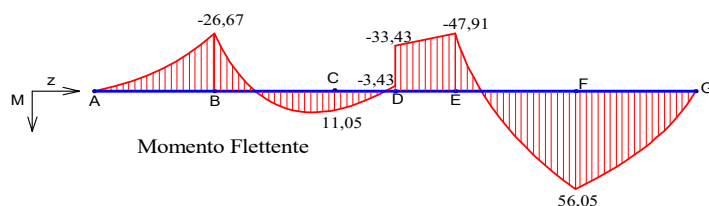
Nella sezione F c'è la forza F , sulle due facce avremo tagli diversi: $T_{HS} = -31,97 [kN]$

$$T_{HD} = T_{HS} - F = 31,97 - 40 = -8,03 [kN]$$

Sul tratto FG il varia in modo lineare.

Nella sezione G c'è la reazione R_G per cui il taglio vale $T_{RG} = -48,02 [kN]$

Momento



Nella sezione A il momento è $M_A = 0 [kNm]$

Nel tratto AB il momento varia in modo cubico in quanto il taglio varia in modo quadratico (il carico continuo varia linearmente).

$$\text{Nella sezione B il momento vale } M_B = M_A - q \cdot \frac{2}{3} \cdot 2a = -26,67 [kNm]$$

Nel tratto BC il momento ha un variabile con andamento cubico

$$\text{Nella sezione C si ha } M_C = M_B + T_{BD} \cdot 2a - 2qa^2 - \frac{2}{3}qa^2 = -26,67 + 45,52 \cdot 2 - 20 \cdot 2 \cdot 1 - \frac{2}{3}20 \cdot 1 = 11,05 [kNm]$$

$$\text{Nel tratto CD il momento ha un variabile linearmente } M_{DS} = M_C + T_{CD} \cdot a = 11,05 + (-14,48) \cdot 1 = -3,43 [kNm]$$

Nella sezione D c'è la coppia C, il momento sulle due facce avrà valori diversi

$$M_{DD} = M_{DS} + (-C) = -3,34 - 30 = -33,43 [kNm]$$

Nel tratto DE il momento ha un variabile linearmente (T costante)

$$M_{ES} = M_{DD} + T_{DE} \cdot a = -33,43 + (-14,48) \cdot 1 = -47,91 [kNm]$$

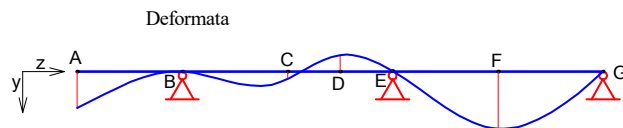
Nel tratto EF il momento è variabile con andamento parabolico

$$\text{Nella sezione F il momento vale } M_F = M_E + \frac{T_E + T_F}{2} \cdot 2a = -47,91 + \frac{71,98 + 31,98}{2} \cdot 2 = 56,05 [kNm]$$

$$M_F = M_E + T_F \cdot 2a + \frac{(T_E - T_F) \cdot 2a}{2} = -47,91 + 31,98 \cdot 2 + \frac{(71,98 - 31,98) \cdot 2}{2} = 56,05 [kNm]$$

Nella sezione G il momento è nullo

Deformata



La deformata deve passare per i punto B, E, G

Il carico continuo tra A e B così come il carico continuo tra B e C ed il carico continuo tra E e G .

La forza F tende a far abbassare le sezioni tra E e G

La coppia in D tende a sollevare le sezioni alla sua destra e ad abbassare le sezioni alla sinistra

Le massime deformazioni non coincidono con le sezioni in mezzzeria