

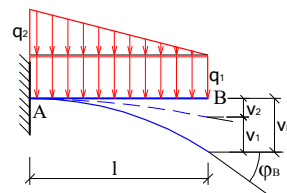
Calcolo deformazione trave a mensola con carico continuo su tutta la lunghezza



Si consideri la mensola rappresentata in figura, incastrata nella sezione A e caricata con un carico trapezoidale; siano q_B e q_A l'intensità del carico continuo nelle sezioni B ed A..

Per valutare lo spostamento v_B e la rotazione φ_B della sezione di estremità conviene dividere il carico in due:

- un carico costante di intensità q_1 agente su tutta la lunghezza della trave pari al carico q_A
- un carico variabile linearmente, che assume valore 0 nella sezione di estremità e valore q_2 nella sezione di incastro ($q_A = q_1 + q_2$, $q_B = q_1$).



Lo spostamento e la rotazione della sezione B sono la somma degli spostamenti e delle rotazioni dovuti ai singoli carichi.

Dagli schemi notevoli si ricava:

Per il carico 1 (q costante) : spostamento $v_1 = \frac{q_1 \cdot l^4}{8EI}$ rotazione $\varphi_1 = -\frac{q_1 l^3}{6EI}$

Per il carico 2 (q variabile) : spostamento $v_2 = \frac{q_2 \cdot l^4}{30EI}$ rotazione $\varphi_2 = -\frac{q_2 l^3}{24EI}$

Sommando si ha:

spostamento totale $v_t = v_1 + v_2$ $v_t = \frac{q_1 \cdot l^4}{8EI} + \frac{q_2 \cdot l^4}{30EI}$ $v_B = \frac{l^4}{EI} \cdot \left(\frac{q_1}{8} + \frac{q_2}{30} \right)$

rotazione totale $\varphi_t = \varphi_1 + \varphi_2$ $\varphi_t = -\frac{q_1 l^3}{6EI} - \frac{q_2 l^3}{24EI}$ $\varphi_B = -\frac{l^3}{EI} \left(\frac{q_1}{6} + \frac{q_2}{24} \right)$

Considerando i carichi applicati q_A e q_B si ottiene

$$v_B = \frac{l^4}{EI} \cdot \left(\frac{q_1}{8} + \frac{q_2}{30} \right) = \frac{l^4}{EI} \cdot \left(\frac{15 \cdot q_1 + 4 \cdot q_2}{120} \right) = \frac{l^4}{EI} \cdot \left(\frac{11 \cdot q_1 + 4 \cdot (q_1 + q_2)}{120} \right) = \frac{l^4}{EI} \cdot \left(\frac{11 \cdot q_B + 4 \cdot q_A}{120} \right)$$

$$\varphi_B = -\frac{l^3}{EI} \left(\frac{q_1}{6} + \frac{q_2}{24} \right) = -\frac{l^3}{EI} \left(\frac{4 \cdot q_1 + q_2}{24} \right) = -\frac{l^3}{EI} \left(\frac{3 \cdot q_1 + (q_1 + q_2)}{24} \right) = -\frac{l^3}{EI} \left(\frac{3 \cdot q_B + q_A}{24} \right)$$

Spostamento $v_B = \frac{l^4}{EI} \cdot \left(\frac{11 \cdot q_B + 4 \cdot q_A}{120} \right)$ Rotazione $\varphi_B = -\frac{l^3}{EI} \left(\frac{3 \cdot q_B + q_A}{24} \right)$

Come casi particolari.

Se $q_A = 2 q_B$ si ha

$$v_B = \frac{l^4}{EI} \cdot \left(\frac{11 \cdot q_B + 4 \cdot q_A}{120} \right) = \frac{l^4}{EI} \cdot \left(\frac{11 \cdot q_B + 4 \cdot 2 \cdot q_B}{120} \right) = \frac{l^4}{EI} \cdot \left(\frac{19 q_B}{120} \right) = \frac{19}{120} \frac{q_B \cdot l^4}{EI}$$

$$v_B = \frac{19}{120} \frac{q_B \cdot l^4}{EI}$$

$$\varphi_B = -\frac{l^3}{EI} \left(\frac{3 \cdot q_B + q_A}{24} \right) = -\frac{l^3}{EI} \left(\frac{3 \cdot q_B + 2 \cdot q_B}{24} \right) = -\frac{l^3}{EI} \left(\frac{5 \cdot q_B}{24} \right)$$

$$\varphi_B = -\frac{5}{24} \frac{q_B \cdot l^3}{EI}$$

Se $q_A = 3 q_B$ si ha

$$v_B = \frac{l^4}{EI} \cdot \left(\frac{11 \cdot q_B + 4 \cdot q_A}{120} \right) = \frac{l^4}{EI} \cdot \left(\frac{11 \cdot q_B + 4 \cdot 3 \cdot q_B}{120} \right) = \frac{23}{120} \frac{q_B \cdot l^4}{EI}$$

$$v_B = \frac{23}{120} \frac{q_B \cdot l^4}{EI}$$

$$\varphi_B = -\frac{l^3}{EI} \left(\frac{3 \cdot q_B + q_A}{24} \right) = -\frac{l^3}{EI} \left(\frac{3 \cdot q_B + 3 \cdot q_B}{24} \right) = -\frac{l^3}{EI} \left(\frac{6 \cdot q_B}{24} \right)$$

$$\varphi_B = -\frac{1}{4} \frac{q_B \cdot l^3}{EI}$$