

MECCANICA APPLICATA E MACCHINE A FLUIDO

Sessione ordinaria 2006

Si debba trasmettere una potenza di 7,5 kW da un motore elettrico avente velocità angolare di 1450 giri/min ad una macchina operatrice funzionante a 225 giri/min.

La riduzione di velocità deve essere attuata mediante una prima trasmissione con cinghie trapezoidali ad un albero di rinvio con rapporto di trasmissione 2 e, successivamente, con coppia di ruote dentate cilindriche a denti dritti da realizzarsi con acciaio C 60 bonificato.

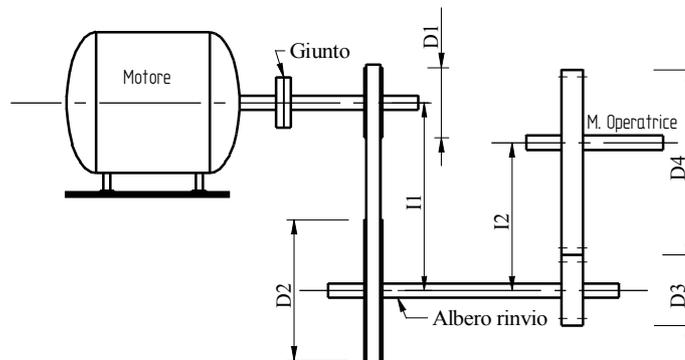
Il candidato, tenendo presente che la macchina operatrice è sottoposta a tipi di sforzo assimilabili a quelli di una pompa a pistoni e che è destinata ad un uso continuo nell'arco delle otto ore lavorative giornaliere, dimensioni gli elementi della trasmissione, relazionando su scelte attuate, calcoli effettuati, risultati ottenuti e rappresentando il tutto in uno schizzo quotato.

Inoltre il candidato, dopo opportuna e motivata scelta dei materiali e sulla scorta dell'architettura prescelta, dimensioni le principali sezioni dell'albero di rinvio.

Premessa: i calcoli saranno fatti facendo riferimento alla normativa e al "Manuale di meccanica" ed. Hoepli

Ipotesi di soluzione

Si disegna un possibile schema del meccanismo



Disegno 1: Schema meccanismo

Calcolo dei numeri di giri e dei rapporti di trasmissione.

Siano : $n_1 = 1450$ giri/min dell'albero del motore,
 $n_2 = 225$ giri/min dell'albero della macchina operatrice
 n_0 giri/min dell'albero di rinvio;

il rapporto di trasmissione tra l'albero del motore e quella della macchina operatrice vale

$$i_t = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1455}{255} = 6,44$$

la trasmissione del moto avviene mediante due salti per cui si possono definire i due rapporti di trasmissione

intermedi $i_1 = \frac{n_1}{n_0}$ è $i_2 = \frac{n_0}{n_1}$ con $i_t = i_1 \cdot i_2$;

ricordato che $i_t = 2$ si ricavano i_2 ed n_0

$$i_2 = \frac{i_t}{i_1} = \frac{6,44}{2} = 3,22 \quad n_0 = \frac{n_1}{i_1} = \frac{1455}{2} = 727,5 \quad \left[\frac{\text{giri}}{\text{min}} \right]$$

Scelta cinghia

Tenendo conto che l'utilizzatore è assimilabile ad una pompa a pistoncini, che deve lavorare per almeno 8 ore al giorno, dalla relativa tabella si ricava il fattore di servizio:

$$F_s = 1,3$$

e la potenza corretta

$$P_c = F_s \cdot P_m = 1,3 \cdot 7,5 = 9,75 \quad [kW]$$

Con questa potenza e con un numero di giri n_l si deve utilizzare una cinghia avente sezione del tipo **A**.

Prima di scegliere gli altri elementi della trasmissione è utile fare una piccola premessa.

Per il calcolo della potenza si utilizzerà la relazione fornita dalla normativa.

$$P_b = \left[\left(C_1 \cdot v^{-0,09} - \frac{C_2}{d_e} - C_3 \cdot 10^{-4} \cdot v^2 \right) \cdot v \right] \cdot 0,7355 \quad [kW]$$

Si noti come la potenza sia direttamente proporzionale alla velocità della cinghia per cui, a parità di velocità angolare, a diametro maggiore corrisponde potenza base maggiore, del resto è necessario limitare i diametri per non avere dimensioni di ingombro troppo elevati;

I diametri scelti sono: $d_1 = 140$ [mm] e $d_2 = 280$ [mm]

Per l'interasse si tiene conto della relazione $I \geq \frac{(i+1) \cdot d}{2} + d$

si ha: $I \geq \frac{(2+1) \cdot 140}{2} + 140 = 350$ [mm]

si pone $I = 400$ mm

La lunghezza primitiva si calcola con la formula:

$$L_p = 2 \cdot I + \frac{\pi}{2} (d_1 + d_2) + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4 \cdot I}$$

da cui

$$L_p = 2 \cdot 400 + \frac{\pi}{2} (140 + 280) + \frac{(280 - 140)^2}{4 \cdot 400} = 1142,12 \quad [mm]$$

Si sceglie una cinghia tipo **A 43½** avente lunghezza primitiva di 1138 mm

L'interasse effettivo sarà:

$$I_e = I - \frac{L_{pe} - L_p}{2} = 400 - \frac{1138 - 1142,17}{2} = 402,06 \quad [mm]$$

praticamente non varia.

La velocità periferica è

$$v = \frac{\pi \cdot n_1 \cdot d_1}{60} = \frac{\pi \cdot 1450 \cdot 140}{60 \cdot 1000} = 1,11 \quad \left[\frac{m}{s} \right]$$

il diametro equivalente si ricava dalla relazione $d_e = d_1 \cdot F_b$ dove $F_b = 0,13$

$$d_e = d_1 \cdot F_b = 1,13 \cdot 140 = 158,2 \quad [mm]$$

la Potenza Base è:

$$P_b = \left[\left(0,61 \cdot v^{-0,09} - \frac{26,68}{d_e} - 1,04 \cdot 10^{-4} \cdot v^2 \right) \cdot v \right] \cdot 0,7355 \quad [kW]$$

$$P_b = \left[\left(0,61 \cdot 1,11^{-0,09} - \frac{26,68}{158,2} - 1,04 \cdot 10^{-4} \cdot 1,11^2 \right) \cdot 1,11 \right] \cdot 0,7355 = 2,52 \quad [kW]$$

Per il calcolo della potenza effettiva è necessario individuare i due coefficienti F_α ed F_L dipendenti dall'angolo di avvolgimento e dalla lunghezza effettiva.

L'angolo di avvolgimento è:

$$\alpha = 180 - 57 \frac{d_2 - d_1}{I_e} = 180 - 57 \frac{280 - 140}{500} = 164^\circ = 2,86 \quad [rad]$$

da cui

$$F_\alpha = 1,25 \cdot \left(1 - 5 \frac{\alpha}{\pi} \right) = 1,25 \cdot \left(1 - 5 \frac{2,86}{\pi} \right) = 0,95$$

mentre

$$F_L = 1 + 2,4 \cdot \left[\left(\frac{L_p}{L_0} \right)^{0,09} - 1 \right] \quad F_L = 0,94$$

Si calcola infine la potenza effettiva

$$P_e = P_b \cdot F_\alpha \cdot F_L = 2,52 \cdot 0,95 \cdot 0,94 = 2,26 \quad [kW]$$

ed il numero di cinghie

$$z = \frac{P_c}{P_e} = \frac{9,75}{2,28} = 4,28$$

Si devono scegliere **5** cinghie

P.S. Volendo limitare il numero di cinghie è possibile scegliere una cinghia di tipo B che ha una Potenza Base di 3,31 kW che porta ad una potenza effettiva di 2,99 con $z = 4$

Calcolo diametro albero di rinvio

Si sceglie come materiale dell'albero un acciaio C60 bonificato che ha: $R_m = 780 \text{ N/mm}^2$ e $R_s = 530 \text{ N/mm}^2$

si ha
$$\tau_s = \frac{R_s}{\sqrt{3}} = \frac{530}{\sqrt{3}} = 306 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

si assegna un coefficiente di sicurezza pari a 3 per cui la tensione ammissibile di taglio è.

$$\tau_{am} = \frac{\tau_s}{3} = \frac{306}{3} = 102 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

Il momento torcente agente vale:

$$M_{t0} = \frac{P_c}{\omega_0} = \frac{60 \cdot P_c}{2 \cdot \pi \cdot n_0} = \frac{60 \cdot 9750}{2 \cdot \pi \cdot 727,5} = 127,98 \text{ [Nm]}$$

con questi dati e trascurando le tensioni dovute alla flessione si ha:

$$d_0 = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{t0}}{\pi \cdot \tau_{am}}} = \sqrt[3]{\frac{(16 \cdot 127980)}{\pi \cdot 102}} = 18,56 \text{ [mm]}$$

Tenendo in conto che questi sono i diametri minimi da applicare alle sedi della puleggia e della ruota dentata, ipotizzando che la trasmissione del moto avvenga mediante linguetta si assegna il diametro $d_0 = 23 \text{ mm}$

Calcolo elementi trasmissione con ingranaggio

si effettua il calcolo sul pignone che è calettato sull'albero di rinvio

La conoscenza del rapporto di trasmissione dell'ingranaggio permette il calcolo del numero minimo di denti ricavabile dalla relazione

$$z_{min} = \frac{2}{\sqrt{[u^2 + (1+2u) \cdot \text{sen}^2(\alpha)] - u}} = \frac{2}{\sqrt{[2^2 + (1+2 \cdot 2) \cdot \text{sen}^2(20)] - 2}} = 14,16$$

si pone $z_1 = 18$ denti, ricordando che $i_2 = 3,22$ si ha

$$z_2 = i_2 \cdot z_1 = 3,22 \cdot 18 = 58 \text{ denti}$$

Considerando il numero di giri n_0 è lecito ipotizzare una velocità periferica maggiore di 3 m/s tenendo inoltre in conto il numero di ore di funzionamento quotidiano il calcolo del modulo sarà effettuato ad usura, utilizzando la relazione

$$m \geq k \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{t0} \cdot \cos(\beta)}{\lambda \cdot p_{am}^2}}$$

si pone $\lambda = \frac{b}{m} = 15$ dove b è la larghezza della ruota ed m è il suo modulo, inoltre ipotizzando la ruota essere a denti diritti si ha $\beta = 0$

Il momento torcente si ricava dalla potenza applicata e dal numero di giri

$$M_{t0} = \frac{P_u}{\omega_0} = \frac{P_u \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot n_0} = \frac{7500 \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot 725} = 98,79 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

La pressione ammissibile la si ricava dalla relazione

$$p_{am} = 24,5 \frac{H}{\sqrt[6]{n_0 \cdot h}} \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

dove H è la durezza HB del materiale, h sono le ore totale di funzionamento

Scegliendo per le ruote un acciaio C 40 bonificato si ha H=190 mentre per un meccanismo che lavora con continuità 8 ore al giorno h deve essere compreso tra 15000 e 30000, si pone h = 30000.

Con questi valori si ha:

$$p_{am} = 24,5 \frac{190}{\sqrt[6]{725 \cdot 30000}} = 278,6 \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

mentre k è definito dalla relazione

$$k = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot K_1^2}{z_1^2 \cdot \sin(2 \cdot \alpha)} \cdot \left(1 + \frac{z_1}{z_2}\right)} \left[\sqrt[3]{\frac{N}{mm^2}} \right]$$

dove K1 è:

$$K_1 \approx 1,18 \cdot \sqrt{\frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}} \left[\frac{\sqrt{N}}{mm} \right]$$

E₁ ed E₂ sono i moduli di elasticità dei materiali della ruote dentate, essendo le due ruote fatte in acciaio si ha E₁=E₂=206000 N/mm²

$$K_1 \approx 1,18 \cdot \sqrt{\frac{206000}{2}} = 378,7 \left[\frac{\sqrt{N}}{mm} \right]$$

$$k = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 379^2}{18^2 \cdot \sin(2 \cdot 20)} \cdot \left(1 + \frac{18}{58}\right)} = 12,2 \left[\sqrt[3]{\frac{N}{mm^2}} \right]$$

si ricava adesso il valore minimo da assegnare al modulo.

$$m \geq k \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{t0} \cdot \cos(\beta)}{\lambda \cdot p_{am}^2}} = 12,2 \sqrt[3]{\frac{98790}{15 \cdot 278,6^2}} = 5,35 \quad [mm]$$

Scegliendo un modulo uguale a 6 mm si ha:

$$b = \lambda \cdot m = 15 \cdot 6 = 90 \quad [mm]$$

$$d_3 = z_1 \cdot m = 18 \cdot 6 = 108 \quad [mm]$$

$$d_4 = z_2 \cdot m = 58 \cdot 6 = 348 \quad [mm]$$

Appendice

Fattori di servizio (coefficiente di correzione secondo le condizioni di esercizio e la natura del carico. (F_s))

	Tipo Motore					
	Motori elettrici a corrente alternata: a coppia normale, a gabbia di scoiattolo, sincroni			Motori elettrici a corrente alternata: ad alta coppia, ad alto scorrimento, monofasi, rotore avvolto, a collettore		
Tipo di servizio	Ore quotidiane di servizio					
	0 - 8	8 - 16	16 - 24	0 - 8	8 - 16	16 - 24
Servizi leggeri Pompe centrifughe e compressori, convogliatrici a nastro (materiali leggeri) ventilatori e pompe fino a 7,5 kW	1,1	1,1	1,2	1,1	1,2	1,3
Servizi normali Cesoie per lamiera, presse, convogliatrici a nastro ed a catena, setacci (materiale pesante), gruppi generatori, macchine utensili, impastatrici, lavatrici industriali, presse tipografiche, ventilatori e pompe oltre i 7,5 kW	1,1	1,2	1,3	1,2	1,3	1,4
Servizi gravosi Mulino a martelli, compressori a stantuffo, convogliatori a nastro di forte portata, montacarichi, macchine per l'industria tessile, macchine continue per l'industria cartaria, pompe a stantuffi, pompe per dragaggio, seghe alternative	1,2	1,3	1,4	1,4	1,5	1,6
Servizi particolarmente gravosi Mulini ad alta potenza, frantoi da pietre, calandre, mescolatori, gru, macchine scavatrici, draghe.	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,8

Fattore correttivo per caratteristiche particolari delle trasmissioni (K_2)

Trasmissione verticale o con angoli inferiori a 45	1,2 - 1,3
Trasmissione incrociata o semincrociata	1,3 ÷ 1,5
Galoppino tenditore: su tratto lento: interno	1
esterno	1,1
su tratto tesointerno	1,1
esterno	1,2
Presenza di olio o polvere	1,3

Coefficiente correttivo per pulegge di piccolo diametro K_3 (solo cinghie in cuoio)

Diametro puleggia minore (in mm)	0 ÷ 100	101 ÷ 200	201 ÷ 300	301 ÷ 400	401 ÷ 750	> 750
Coefficiente correttivo K_3	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1

Fattore di correzione angolo (K_4)

γ	180	175	170	165	160	155	150	145	140	135	130	125	120	115	110	105	100	90
C_γ T/T	1	0,99	0,98	0,96	0,95	0,93	0,92	0,90	0,89	0,87	0,86	0,84	0,82	0,80	0,78	0,76	0,74	0,69
T/P	0,75	0,76	0,77	0,79	0,80	0,81	0,82	0,83	0,84	0,85	0,86	0,84	0,82	0,80	0,78	0,76	0,74	0,69

T/T = Trasmissione Trapez./Trapez

T/P = Trasmissione Trapez./Piana

γ = Area di contatto puleggia minore

