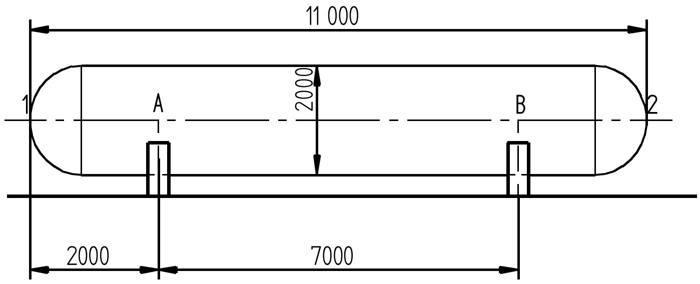
Il recipiente disegnato in figura ha una configurazione cilindrica avente diametro interno D = 2000 mm è chiuso con fondi semisferici, esso è sistemato su due selle A e B poste ad una distanza L_{AB} = 7000 mm e fuoriesce di una lunghezza L_0 = 2000 mm da entrambi i lati.
Contiene un gas liquefatto alla pressione p= 5 bar. La massa volumica del liquido è ρ= 0,80 kg/dm^3
Effettuare il calcolo dello spessore del mantello e dei fondi ipotizzando che il grado di sicurezza sia almeno 3.



Dati Materiale $\sigma_R = 680 \frac{N}{mm^2}$ $\sigma_S = 426 \frac{N}{mm^2}$

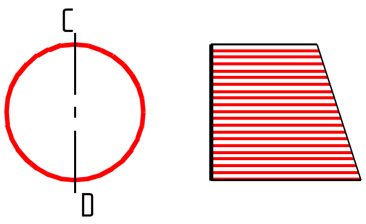
Calcolo della tensione ammissibile

Dovendo essere il grado di sicurezza non inferiore a 3 si ricava che il coefficiente di sicurezza γ è 3 per cui:

$$\sigma_{am} = \frac{\sigma_s}{\gamma} = \frac{426}{3} = 142 \ \frac{N}{mm^2}$$

Calcolo pressione

Per il calcolo è necessario individuare il punto maggiormente sollecitato.



Considerando una qualsiasi sezione del cilindro.

Nel punto C la pressione è:

$$p_C = 5 \ bar = 500\,000 \ Pa = 0{,}5\,MPa$$

Nel punto D, a questa pressione, si deve sommare quella dovuta al fluido:

$$p_D = \ p_C + \rho g h = 500\,000 + 800 \cdot 9{,}81 \cdot 2 = 515 \ 692 \ \ Pa = \approx 0{,}52 \ MPa$$

Dimensionamento del mantello cilindrico

In un recipiente in pressione in pareti sottili le tensioni si possono calcolate con le relazioni che seguono

$$\sigma_m = \frac{p \cdot r}{s} \qquad \sigma_n = \frac{p \cdot r}{2s} \qquad \sigma_r = -p$$

Il calcolo sarà effettuato facendo riferimento alla pressione esistente sul fondo, ovvero la pressione p_D, utilizzando il metodo di Tresca per il quale si ha

$$\sigma_{id} = \sigma_{max} - \sigma_{min}$$

nel caso studiato la tensione massima è σ_n mentre la tensione minima è σ_r per cui si ha:

$$\sigma_{id} = \frac{p \cdot r}{s} - (-p) = \frac{p \cdot r}{s} + p$$

Per il calcolo dello spessore si utilizza l'equazione di stabilità

$$\sigma_{max} \leqslant \sigma_{am}$$

dove $\sigma_{max} = \sigma_{id}$ e con le opportune sostituzioni si ha:

$$\frac{p \cdot r}{s} + p \leqslant \sigma_{am}$$

$$\frac{p \cdot r}{s} \leqslant \sigma_{am} - p$$

che permette di ricavare lo spessore s

$$s \geq \frac{p \cdot r}{\sigma_{am} - p}$$

il raggio è r = 1000 mm, sostituendo i dati del problema si ha:

$$s \geq \frac{0{,}516 \cdot 1000}{142 - 0{,}516} = 3{,}65\,mm$$

si sceglie uno spessore s = 4 mm

Dimensionamento fondi semisferici

In questo caso le relazioni per il calcolo delle tensioni sono:

$$\sigma_m = \frac{p \cdot r}{2s} \qquad \sigma_n = \frac{p \cdot r}{2s} \qquad \sigma_r = -p$$

con Tresca si ha:

$$\sigma_{id} = \frac{p \cdot r}{2 \cdot s} + p$$

lo spessore è:

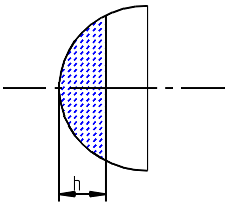
$$s \geq \frac{p \cdot r}{2(\sigma_{am} - p)} = \frac{0{,}516 \cdot 1000}{2 \cdot (142 - 0{,}516)} = 1{,}82 \ mm$$

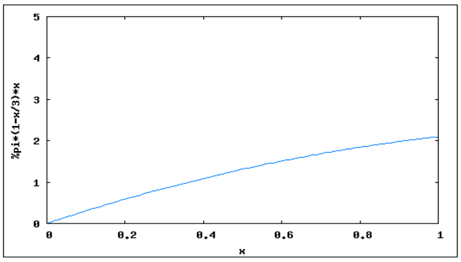
si sceglie uno spessore s = 2 mm.

Si decide di utilizzare lo stesso spessore per i fondi ed il mantello ovvero s = 4 mm.

Azione del peso del fluido e del recipiente.

I pesi del fluido e del mantello operano come un carico continuo q che però risulta costante nella zona cilindrica, ma variabile nei due fondi.





Il volume di un segmento sferico, proporzionale al peso, è dato dalla relazione

$$V = \pi h^2 \cdot (r - \frac{h}{3})$$

il cui andamento è riportato nel grafico.

Per semplificare i calcoli si decide di ipotizzare anche i fondi come cilindri, con lo stesso diametro della zona centrale, per cui il serbatoio diventa un cilindro con una lunghezza L_t = 11 mm con diametro interno D_i = 2000 mm e diametro esterno D_e = 2008 mm (questa approssimazione aumenta la sicurezza).

Il volume del fluido è $$V_f = \pi \cdot r_i^2 \cdot L_t$$

Il relativo peso $$Q_f = m_f \cdot g = \rho \cdot V_f \cdot g$$

$$Q_f = \rho_f \cdot \pi \cdot r_i^2 \cdot L_t \cdot g = 800 \cdot \pi \cdot 1^2 \cdot 11 \cdot 9{,}81 = 271\ 070 \ N$$

dividendo il peso totale per la lunghezza totale si ottiene il carico continuo equivalente:

$$q_f = \frac{Q_f}{L_t} = \frac{271\ 070}{11} = 24642\frac{N}{m} = 24,64\ \frac{N}{mm}$$

il peso del mantello è: $V_m = 2 \cdot \pi \cdot r_i \cdot s \cdot L_t$

$$Q_m = \rho_m \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot s \cdot L_t \cdot g = 7500 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 0,004 \cdot 11 \cdot 9,81 = 20\ 340 \quad N$$

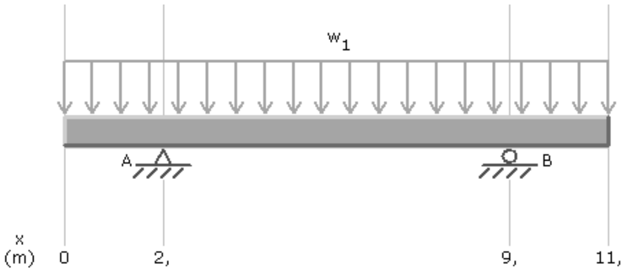
il carico totale è la somma dei due pesi:

$$Q_t = Q_f + Q_m = 271070 + 20340 = 291410 \approx 292\,000\, N$$

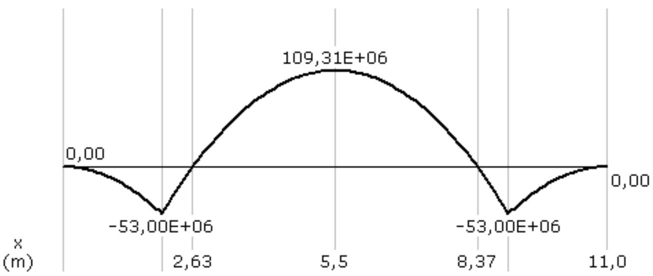
dividendo il peso totale per la lunghezza totale si ottiene il carico continuo equivalente:

$$q = \frac{Q_t}{L_t} = \frac{292000}{11000} \approx\ 26,50\ \frac{N}{mm^2}$$

Il sistema può essere schematizzato come una trave appoggiata con un carico continuo



Il diagramma del momento è:



Calcolo delle tensioni

Per individuare la sezione dove è presente il massimo momento calcoliamo la sua intensità nelle sezioni A e B ed in quella di mezzeria che chiamiamo E.

Nelle sezioni A e B, per la simmetria del sistema, i momenti assumono la stessa intensità

$$M_B = -q\frac{L_{1A}^2}{2} = 26{,}5\frac{2000^2}{2} = -53\ 000\ 000\ Nmm$$

nella sezione E si ha:

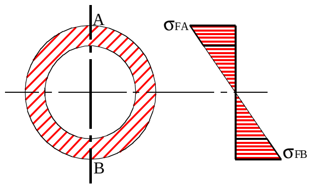
$$M_E = q\frac{L_{1E}^2}{2} + R_B \cdot L_{BE} = -\ 26{,}5\frac{5500^2}{2} + \frac{292000}{2}\cdot 3500 = \ \ 110\ 187\ 500\ N\,mm$$

Per calcolare la tensione massima è necessario conoscere il modulo di resistenza a flessione, uguale in tutte le sezioni del cilindro

$$W_f = \frac{\pi\frac{D_e^4}{64} - \pi\frac{D_i^4}{64}}{\frac{D_e}{2}} = \frac{\pi}{32}\cdot\frac{2008^4 - 2000^4}{2008} = 12\ 585\ 220\,mm^4$$

Le tensioni massime si hanno nella sezione E

$$\sigma_{fmax} = \frac{M_{FE}}{W_F} = \frac{110187500}{12585220} = 8{,}76\frac{N}{mm^2}$$



Queste tensioni, come dal diagramma rappresentato in figura, sono di trazione nel punto B e di compressione nel punto A,

Calcolando adesso la tensione σ_m

$$\sigma_m = \frac{pr}{2s} = \frac{0{,}516\cdot 1000}{2\cdot 4} = 64{,}5\frac{N}{mm^2}$$

nel punto B si ha:

$$\sigma_{mt} = \sigma_m + \sigma_{fmax} = 64{,}5 + 8{,}76 = 73{,}26\frac{N}{mm^2}$$

mentre sempre nello stesso punto la tensione σ_n è:

$$\sigma_n = \frac{p\cdot r}{s} = \frac{0{,}516\cdot 1000}{4} = 129\frac{N}{mm^2}$$

Si noti come σ_n sia maggiore di σ_{mt} per cui la tensione ideale, calcolata con il criterio di Tresca, è ancora $\sigma_{id} = \sigma_{max} - \sigma_{min} = \sigma_n - \sigma_r$ e quindi non è necessario ricalcolare lo spessore.

N.B.

Se avessimo usato il criterio di resistenza di Von Mises si rendeva necessario ricalcolare la tensione ideale