1) Due alberi collegati mediante un giunto a gusci girano a 1.200 giri/min. Determinare la coppia trasmessa nel caso che sul primo albero sia applicata una potenza pari a 30 kW oppure una potenza pari a 30 CV.

Calcoliamo la velocità angolare ω

$$\omega = \frac{2\pi\, n}{60} = \frac{2*\pi\, 1200}{60} = 125{,}6 \;\frac{rad}{s}$$

Per la potenza pari a 30 kW, e ricordando che P = M ω, si ha:

$$M = \frac{P}{\omega} = \frac{30.000}{125{,}6} \quad W\frac{s}{rad} \quad 238{,}85\, Nm$$

Se la potenza è di 30 CV dobbiamo prima trasformarla in W, ricordando che
1 Cv = 735,5 W otteniamo 30 CV = 30 · 735,5 W = 22.065 W

Infine abbiamo: $$M = \frac{P}{\omega} = \frac{22.065}{125{,}6} \quad W\frac{s}{rad} \quad 175{,}68\, Nm$$

2) I due alberi paralleli, rappresentati in figura portano alle loro estremità due pulegge; la motrice ha un diametro di 200 mm mentre quello della condotta è di 400 mm.
Sapendo che sull'albero motore è applicata una potenza di 45 kW e che esso gira a 890 giri/min, calcolare le forze ed i momenti che agiscono nelle sezioni di estremità degli alberi.

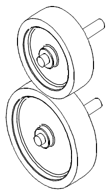
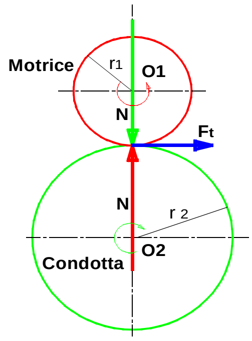


Figura 1



Calcoliamo il rapporto di trasmissione i

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{400}{200} = 2$$

I numero di giri della ruota condotta è:

$$n_2 = \frac{n_1}{i} = \frac{890}{2} = 445 \ \frac{giri}{min}$$

Calcoliamo il momento applicato sulla ruota motrice

$$M_1 = \frac{P}{\omega} = \frac{60 \cdot P}{2\pi n_1} = \frac{60 \cdot 45000}{2\pi 890} = 482{,}83\, Nm \quad 482.830\, Nmm$$

La forza tangenziale sarà: $$F_t = \frac{M_1}{R_1} = \frac{2 \ M_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 482.830}{200} = 4.828{,}30 \ N$$

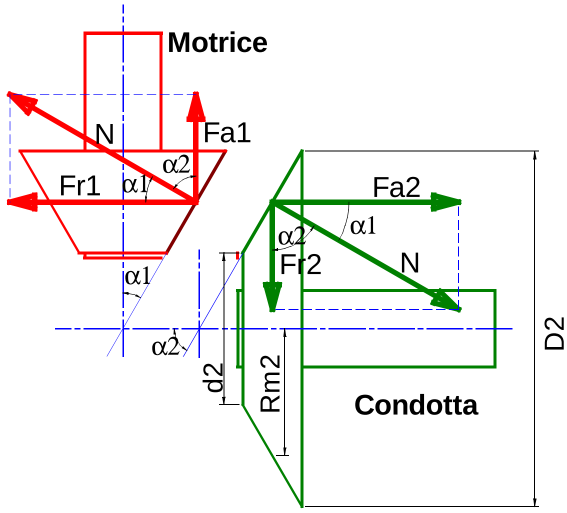
Ricaviamo adesso la forza normale applicata ricordando che F = f N e ponendo f = 0,35

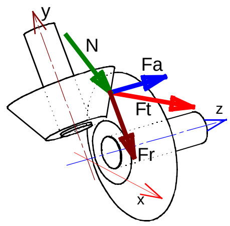
$$N = \frac{F_t}{f} = \frac{4.828{,}30}{0{,}35} = 13.795{,}14 \ N$$

Ricaviamo infine la coppia agente sulla ruota condotta

$$M_2 = F_t \cdot R_2 = F\frac{D_2}{2} = 4.832{,}30\frac{400}{2} = 965.660 \ N\, mm$$

3) I due alberi incidenti, rappresentati nella figura a lato portano alle loro estremità due pulegge coniche. La ruota motrice ha un diametro medio 180 mm, l'angolo α_1 di semiapertura della ruota motrice è 30° mentre l'angolo tra i due alberi è di 90° .





Dopo aver calcolato tutti gli elementi geometrici della trasmissione calcolare le forze ed i momenti agenti sui due alberi sapendo che la potenza applicat1a sulla ruota motrice è pari a 15 kW e che essa gira a 450 giri/min nelle sezioni di calettamento delle ruote.

Analizziamo la trasmissione dal punto di vista geometrico.

α_1= 30° da cui α_2= 60°

La conoscenza degli angoli di semiapertura ci permette di conoscere il rapporto di trasmissione

$$\tau=\frac{n_2}{n_1}=\frac{d_{m1}}{d_{m2}}=\frac{sen\,\alpha_1}{sen\,\alpha_2}=\frac{sen\,30°}{sen\,60°}=0{,}58$$

calcoliamo il numero di giri della ruota condotta ed il suo diametro medio

$$n_2=n_1\cdot\tau=450*0{,}58=261\quad\frac{giri}{min}$$

$$d_{m2}=\frac{d_{m1}}{\tau}=\frac{180}{0{,}58}=310{,}35\,mm$$

Siamo adesso in grado adesso di calcolare le forze ed i momenti agenti.

Ruota motrice

$$M_1=\frac{P}{\omega_1}=\frac{60\mathrm{P}}{2\pi n_1}=60\frac{15.000}{2\pi\,450}=318{,}31\,Nm=318.310\,Nmm$$

$$F_t=\frac{2M_1}{d_{m1}}=\frac{2\cdot 318.310}{180}=3.536{,}78\,N$$

$$N=\frac{F_t}{f}=\frac{3.536{,}78}{0{,}35}=10.105\,N$$

F_{a1} = $N\,sen\alpha_1$ = 10.105 · sen 30° = 5 052,5 N

F_{R1} = $N\cos\alpha_1$ = 10.105 · cos 30° = 8.751,2 N

Queste forze, appena calcolate, agiscono sul raggio medio del cono, nel punto di tangenza con l'altra ruota, in genere, per il calcolo, è necessario trasportarle fino all'asse dell'albero su cui è calettata la ruota, in tal modo è necessario tener conto dei momenti (torcenti e flettenti) persi nel trasporto

La forza tangenziale produrrà un momento torcente
$M_{t1} = F_t \cdot R_{m1}$ = 3536,78 · 90 = 318.310 Nmm

La forza Fa produce invece un momento flettente
$M_{f1} = F_{a1} \cdot R_{m1}$ = 5 052,5 · 90 = 454 725 Nmm

Ruota Condotta

$$M_2 = \frac{P}{\omega_2} = \frac{60P}{2\pi n_2} = \frac{60\,15.000}{2\pi \cdot 261} = 548{,}81\,Nm = 548.810\,Nmm$$

$$F_t = \frac{2M_2}{d_{m2}} = \frac{2 \cdot 548.810}{310{,}35} = 3.536{,}78\,N \quad \text{(è la stessa forza tangente)}$$

Anche la forza normale ha modulo uguale N = 10.105 N
$F_{a2} = N \cos\alpha_1$ = 10.105 · cos 30° = 8 751,2 N
$F_{R2} = N \, sen\alpha_1$ = 10.105 · sen 30° = 5 052,5 N

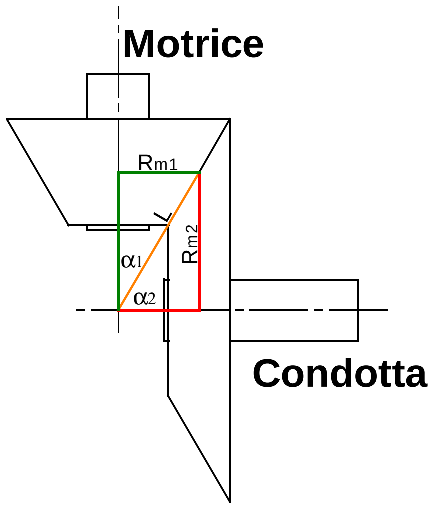
Anche queste forze producono dei momenti agenti sull'albero condotto.

La forza tangenziale F_t produrrà un momento torcente
$M_{t2} = F_t \cdot R_{m2}$ = 3.536,78 · 155 =548,201 Nmm

La forza assiale F_a produce invece un momento flettente
$M_{f2} = F_{a2} \cdot R_{m2}$ = 8 751,2 · 155 = 1 356 436 Nmm

---

Rapporto di trasmissione di un ingranaggio conico



Dalla figura a lato si ricava:

$$R_{m1} = L \cdot sen\,\alpha_1$$
$$R_{m2} = L \cdot sen\,\alpha_2$$

dividendo membro a membro si ha

$$\frac{R_{m2}}{R_{m1}} = \frac{L \cdot sen\,\alpha_2}{L \cdot sen\,\alpha_1}$$

da cui

$$\frac{R_{m2}}{R_{m1}} = \frac{sen\,\alpha_2}{sen\,\alpha_1}$$

ricordando la definizione di rapporto di trasmissione si ha

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{R_{m2}}{R_{m1}} = \frac{sen\,\alpha_2}{sen\,\alpha_1}$$

4) Due alberi paralleli sono collegati mediante una trasmissione con cinghie.
Le due pulegge sono applicate all'estremità degli alberi.
Il rapporto di trasmissione $i=n_1/n_2$ è pari a 2, che il diametro della puleggia motrice è di 250 mm, che l'interasse è pari a 700 mm, che sull'albero motore è applicata una potenza pari a 56 kW, che il numero di giri della puleggia motrice è di 1200 giri/min.
Calcolare le forze ed i momenti che agiscono sulle sezioni di estremità dei due alberi.

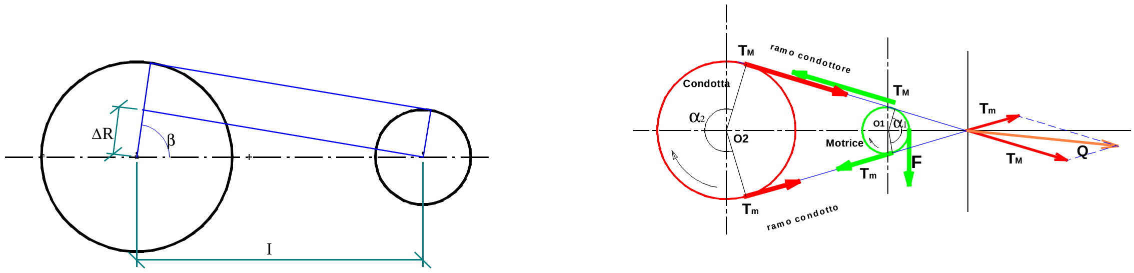


Illustrazione 1:

Dalla relazione $i=\frac{n_1}{n_2}=\frac{d_2}{d_1}=2$ si ha

$$d_2=2\cdot d_1=2\cdot 250=500\,mm \quad \text{e} \quad n_2=\frac{n_1}{i}=\frac{1.200}{2}=600\,\frac{giri}{min.}$$

Calcoliamo gli angoli di avvolgimento delle due pulegge

$$\Delta R=\frac{D-d}{2}=\frac{500-250}{2}=125 \quad \text{da cui} \quad \beta=\arccos\frac{\Delta R}{I}=\arccos\frac{125}{700}=79{,}71°$$

Gli angoli di avvolgimento saranno

$\alpha_1 = 2\beta = 2\ 79{,}71 = 159{,}4°$

$\alpha_2 = 360\text{-}2\beta = 360 - 2\ 79{,}71 = 200{,}6°$

In radianti saranno

$$\alpha_1=159{,}4\frac{\pi}{180}=2{,}78\,rad \qquad \text{e} \qquad \alpha_2=200{,}6\frac{\pi}{180}=3{,}50\,rad$$

Poniamo adesso

$$K_1=e^{f\cdot\alpha_1}=e^{0{,}35\cdot 2{,}78}=2{,}66 \qquad \text{e} \qquad K_2=e^{f\cdot\alpha_2}=e^{0{,}35\cdot 3{,}50}=3{,}40$$

Calcoliamo adesso le forze ed i momenti applicati

<u>Ruota Motrice</u>

Il momento applicato è:

$$M_1=\frac{P}{\omega}=\frac{60\cdot P}{2\pi n_1}=\frac{60\cdot 45.000}{2\pi 1200}=358{,}10\,Nm=358.510\,Nmm$$

La forza tangenziale è:

$$F_{t1}=\frac{M_1}{R_1}=\frac{s\cdot M_1}{d_1}=\frac{2\cdot 358.510}{250}=2.868\,N$$

I tiri saranno:

$$T_{M1} = F_{t1} \frac{e^{f\,\alpha_1}}{e^{f\,\alpha_1} - 1} = 2868 \frac{e^{0,35 \cdot 2,78}}{e^{0,35\,2,78} - 1} = 4.595,71\,N$$

$$T_{m1} = F_{t1} \frac{1}{e^{f\,\alpha_1} - 1} = 2868 \frac{1}{e^{0,35\,2,78} - 1} = 1.727,71\,N$$

<u>Ruota condotta</u>

Il momento applicato è:

$$M_2 = \frac{P}{\omega_2} = \frac{60 \cdot P}{2\pi\, n_2} = \frac{60 \cdot 45.000}{2\pi\, 600} = 716,56\,Nm = 716.560\,Nmm$$

La forza tangenziale è:

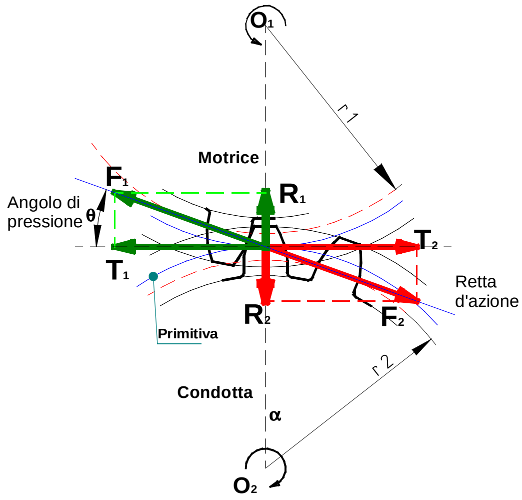
$$F_{t2} = \frac{M_2}{R_2} = \frac{s \cdot M_2}{d_2} = \frac{2 \cdot 716.560}{500} = 2.868\,N$$

I tiri saranno:

$$T_{M2} = F_{t2} \frac{e^{f\,\alpha_2}}{e^{f\,\alpha_2} - 1} = 2.868 \frac{e^{0,35 \cdot 3,50}}{e^{0,35 \cdot 3,50} - 1} = 4.063,71\,N$$

$$T_{m2} = F_{t2} \frac{1}{e^{f\,\alpha_2} - 1} = 2868 \frac{1}{e^{0,35\,3,50} - 1} = 1.195\,N$$

5) Due alberi paralleli portano alle loro estremità due ruote dentate, la motrice ha un diametro primitivo di 200 mm mentre quello della condotta è di 400 mm.
Sapendo che sull'albero motore è applicata una potenza di 45 kW e che esso gira a 890 giri/min, calcolare le forze ed i momenti che agiscono nelle sezioni di estremità degli alberi.



L'angolo di pressione sia pari a 20°

Calcoliamo il rapporto di trasmissione:

$$\tau=\frac{n_2}{n_1}=\frac{d_1}{d_2}=\frac{200}{400}=0,5$$

da cui

$$n_2=\tau\cdot n_1=0,5\cdot 890=445\frac{giri}{min}$$

Il momento agente sull'albero motore è

$$M_1=\frac{P}{\omega_1}=\frac{60\cdot P}{2\pi n_1}=\frac{60\cdot 45.000}{2\pi 890}=482,82\,Nm=882.830\,Nmm$$

la forza tangenziale vale:

$$F_{t1}=\frac{M_{t1}}{R_{p1}}=2\frac{M_{t1}}{D_{p1}}=\frac{2\cdot 482.830}{200}=4828,30\,N$$

la forza radiale sarà:

$$F_{r1}=T_{t1}\cdot tg\,\theta=4.828,30\cdot tg\,20°=1.757,36\,N$$

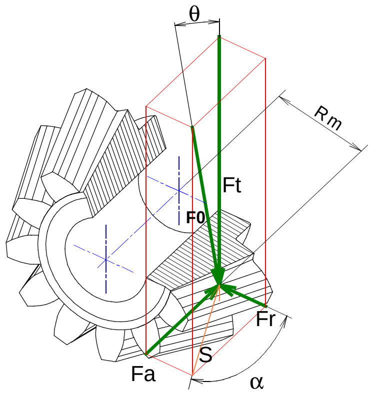
Ruota condotta

$$M_2=\frac{P}{\omega_2}=\frac{60\cdot P}{2\pi n_2}=\frac{60\cdot 45.000}{2\pi 445}=965,65\,Nm=965.650\,Nmm$$

$$F_{t2}=\frac{M_{t2}}{R_{p2}}=2\frac{M_{t2}}{D_{p2}}=\frac{2\cdot 965.650}{400}=4828,30\,N$$

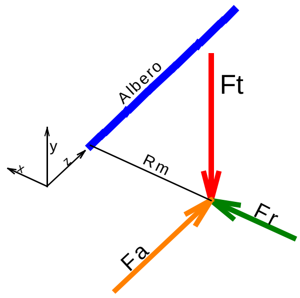
$$F_{r2}=T_{t2}\cdot tg\,\theta=4.828,30\cdot tg\,20°=1.757,36\,N$$

6) Due alberi incidenti, portano alle loro estremità due ruote dentate coniche. La ruota motrice ha un diametro primitivo medio di 180 mm, l'angolo α_1 di semiapertura della ruota motrice è 30°, mentre l'angolo tra i due alberi è di 90°.
Dopo aver calcolato tutti gli elementi geometrici della trasmissione calcolare le forze ed i momenti agenti sui due alberi sapendo che la potenza applicata sulla ruota motrice è pari a 15 kW e che essa gira a 450 giri/min nelle sezioni di calettamento.



Per calcolare il rapporto di trasmissione è necessario conoscere l'angolo di semiapertura della ruota 2

$$\alpha_2 = 90 - \alpha_1 = 90° - 30° = 60°$$



Il rapporto di trasmissione è:

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{sen\,\alpha_2}{sen\,\alpha_1} = 1{,}73$$

Ricaviamo la velocità angolare della ruota motrice ed il momento torcente M_t applicato

$$\omega_1 = \frac{2 \cdot \pi\, n_1}{60} = \frac{2 \cdot \pi\, 450}{60} = 47{,}12 \ \frac{rad}{s}$$

$$M_{t1} = \frac{P}{\omega_1} = \frac{15\,000}{47{,}12} = 318{,}336\ Nm = 318\,336\ Nmm$$

La forza tangenziale si ipotizza essere applicata sul diametro medio della ruota e vale

$$F_t = \frac{2 \cdot M_{t1}}{Dm} = \frac{2 \cdot 318\,336}{180} = 3\,537{,}07\ N$$

Si possono adesso calcolare le altre due forze, ipotizzando un angolo di pressione pari a 20°

$$F_{a1} = F_t \cdot tg\,\theta \cdot sen\,\alpha = 3\,537{,}07 \cdot tg\,20 \cdot sen\,30 = 643{,}69\ N$$
$$F_{R1} = F_t \cdot tg\,\theta \cdot \cos\alpha = 3\,537{,}07 \cdot tg\,20 \cdot \cos 30 = 1114{,}91\ N$$

Le forze non agiscono direttamente sull'albero ma ad una distanza pari al raggio medio da esso per cui la forza assiale (giacente nel pian o z-x) impone sull'albero un momento flettente M_{fy} avente direzione lungo l'asse y (è perpendicolare al piano contenente la forza ed il punto rispetto al quale è calcolato) che vale:

$$M_{fy1} = \frac{F_a \cdot d_m}{2} = \frac{643{,}69 \cdot 180}{2} = 57\,932{,}1\ Nmm$$