MECCANICA APPLICATA E MACCHINE A FLUIDO

Sessione ordinaria 2012

Lo schema di fig. 1 rappresenta un albero per motore elettrico che deve trascinare una puleggia calettata ad una estremità.

L'albero del rotore è sostenuto, negli appoggi A e B, da due perni, uno intermedio tra rotore e puleggia ed uno all'estremità opposta rispetto alla puleggia. Il rotore e la puleggia siano calettati sull'albero tramite linguette.

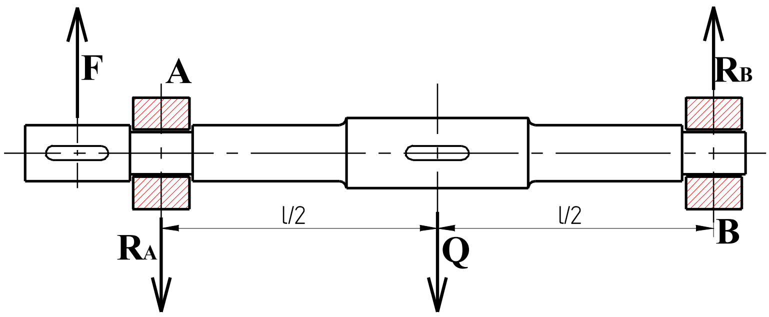


fig 1

Si considerino i seguenti elementi di calcolo:

- peso del motore: **Q** = 300 daN
- potenza da trasmettere: **P** = 12 kW
- regime di rotazione: **n** = 400 giri/min
- tiro della cinghia della puleggia **F** = 700 daN
- interasse perni: **l** = 500 mm

Il candidato, accompagnando il calcolo con considerazioni tecniche congrue e coerenti, dopo aver scelto un acciaio da cementazione per l'albero ed avere fissato con motivati criteri ogni altro parametro o elemento di calcolo eventualmente mancante e necessario, determini:

- i diametri delle sezioni dell'albero in corrispondenza di motore e puleggia;
- a propria scelta, il diametro della sezione del perno intermedio o di quello di estremità.

Premessa: i calcoli saranno fatti facendo riferimento alla normativa e al "Manuale di meccanica " ed. Hoepli.

Ipotesi di soluzione

Si inizia con il calcolo del momento torcente M_t

É necessario calcolare la velocità angolare ω

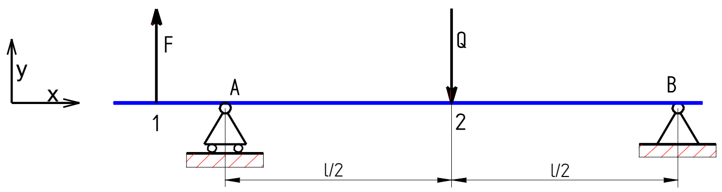
$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 400}{60} = 41{,}89 \quad \left[\frac{rad}{s}\right]$$

e tenendo conto che P = 12 [kW] = 12000 [W] si ottiene:

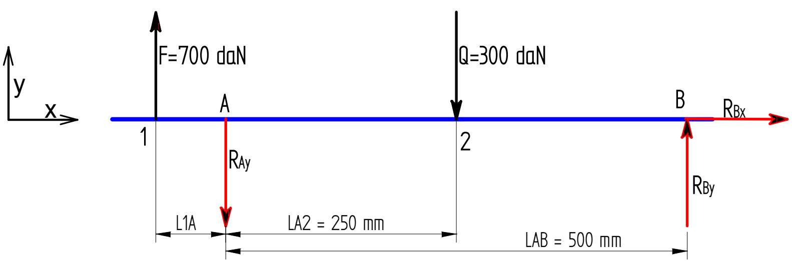
$$M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{12000}{41{,}89} = 286{,}479 \quad [Nm] = 286.479 \quad [Nmm]$$

Schematizzazione- Calcolo reazioni vincolari

Si schematizza l'albero come una trave vincolata da una una cerniera ed un carrello



Si disegna poi il corpo libero associato, sostituendo ai vincoli le relative reazioni



La distanza tra la sezione 1 e la sezione A non è assegnata, si pone quindi L_{1A}= 100 mm

Si applicano le equazioni cardinali della statica

$$\begin{array}{ll} \sum F_z = 0 & R_{Bx} = 0 \\ \sum F_y = 0 & F - R_{Ay} - Q + R_{By} = 0 \\ \sum M_x = 0 & F \cdot L_{1A} + Q \cdot L_{A2} - R_{By} \cdot L_{AB} = 0 \end{array}$$

Trasformando le unità di misura delle forze si ha: F = 7000 [N] e Q = 3000 [N]

Dalla equazione dei momenti si ricava R_{By}:

$$R_{By} = \frac{F \cdot L_{1A} + Q \cdot L_{A2}}{L_{AB}} = \frac{7000 \cdot 100 + 3000 \cdot 250}{500} = 2900 \quad [N]$$

Sostituendo questo valore nella seconda equazione del sistema si ottiene R_{ay}

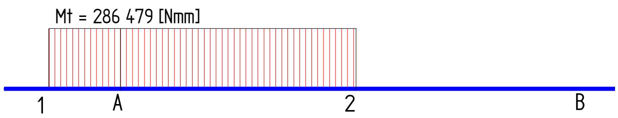
$$R_{Ay} = F - Q + R_{By} = 7000 - 3000 + 2900 = 6900 \quad [N]$$

riassumendo:

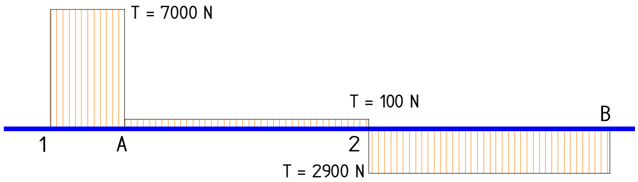
$$R_{Bz} = 0 \ [N]$$
$$R_{Ay} = 6900 \ [N]$$
$$R_{By} = 2900 \ [N]$$

Si disegnano i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione: momento torcente,taglio, momento flettente

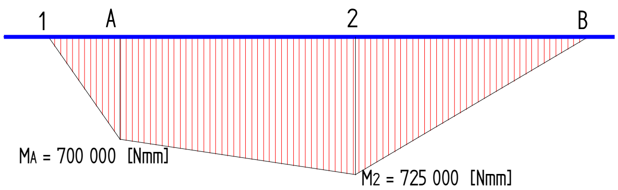
Momento torcente



Taglio



Momento Flettente



Calcolo Diametri

Dall'analisi dei diagrammi si ricava che la sezione maggiormente sollecitata è la sezione 2 dove agisce sia un momento flettente M_{f2} = 725000 [*Nmm*] che un momento torcente M*t* = 286479 [*Nmm*]

Per il dimensionamento dell'albero di devono scegliere il materiale ed il grado di sicurezza.

Dal manuale si sceglie come materiale uno C40 da cementazione avente R_m= 640 [N/mm^2] e un grado di sicurezza γ_s=3, si ricavano le tensioni ammissibili:

$$\sigma_{am} = \frac{R_m}{\gamma_s} = \frac{640}{3} = 213{,}3 \ [MPa]$$

e

$$\tau_{am} = \frac{\sigma_{am}}{\sqrt{3}} = \frac{213{,}3}{\sqrt{3}} = 123{,}2 \ [MPa]$$

Applicando la formula di Henky Von Mises alle sezioni varie sezioni si ha:

$$D_1 \geqslant \sqrt[3]{\frac{16}{\pi \cdot \sigma_{am}} \sqrt{4 \cdot M_{f\,1}^2 + 3\,M_t^2}} = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi \cdot \sigma_{am}} \sqrt{3 \cdot 286500^2}} = 22{,}80 \ \ [mm]$$

$$D_A \geqslant \sqrt[3]{\frac{16}{\pi \cdot \sigma_{am}} \sqrt{4\,M_{fA}^2 + 3\,M_t^2}} = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi \cdot \sigma_{am}} \sqrt{4 \cdot 700000^2 + 3 \cdot 286479^2}} = 32{,}85 \ \ [mm]$$

$$D_2 \geqslant \sqrt[3]{\frac{16}{\pi \cdot \sigma_{am}} \sqrt{4\,M_{f\,2}^2 + 3\,M_t^2}} = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi \cdot \sigma_{am}} \sqrt{4 \cdot 725000^2 + 3 \cdot 286479^2}} = 33{,}20 \ \ [mm]$$

Nella sezione B agisce solo il taglio per cui si avrà:

$$D_B \geqslant \sqrt{\frac{16}{3} \frac{R_{by}}{\pi \cdot \tau_{am}}} = \sqrt{\frac{16}{3} \frac{2900}{\pi \cdot 123{,}2}} = 6{,}32 \ \ [mm]$$

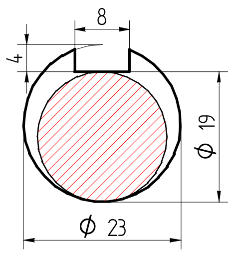
Scelta diametri

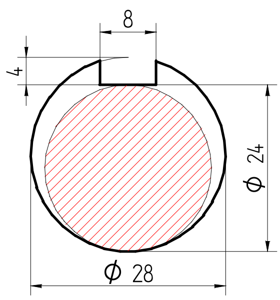
Come valori iniziali assegnamo ad ogni diametro il numero intero immediatamente superiore a quello trovato, ponendo comunque $D_A = D_B$, si ha:

$$D_1 = 23 \ \ [mm] \qquad D_A = 33 \ \ [mm] \qquad D_2 = 34 \ \ [mm]$$

questi valori dovranno essere variati per soddisfare le esigenza costruttive.

Nella sezione 1 è applicata una linguetta che, dal disegno allegato alla traccia, si ricava essere del tipo 'A' , per un diametro di 23 mm si avrà $b \ x \ h = 8 \ x \ 7$ con una profondità della cava $t_1 = 4$ [mm]





Con questi valori però il diametro del nocciolo resistente si riduce a 19 mm come evidenziato nella figura di sinistra riportata sopra. Si decide quindi di assegnare un diametro maggiore e precisamente $D_1 = 28$ [mm].

Le dimensioni della sezione della linguetta e della cava rimangono invariate, il nocciolo resistente avrà un diametro di 24 [mm] superiore a quello ricavato dai calcoli.

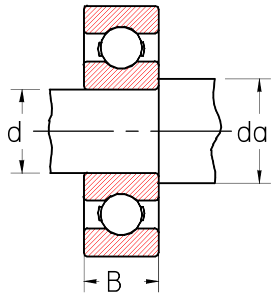
A questo punto una *<u>Considerazione costruttiva</u>*

"Analizzando il disegno allegato alla traccia si ricava che il diametro D_1 è più grande del diametro D_A, ma questo non trova riscontro nei calcoli fatti, dai quali risulta, anche tenendo conto della presenza della cava della linguetta, la possibilità di assegnare alla sezione 1 un diametro inferiore inferiore a quello della sezione A.

Le dimensioni maggiori quindi dovrebbero derivare da altre considerazioni (ad esempio necessità di calettare una puleggia con diametro assegnato) che però nella traccia non compaiono, per cui idiametro da assegnare a D_1 sarebbe del tutto arbitrario.

Si noti come assegnare la scelta dei diametri si riflette sul tipo di cuscinetto da utilizzare: un diametro D_1 maggiore di D_A non permetterà il calettamento di un cuscinetto intero, ma necessaramente si dovrà utilizzare un cuscinetto a due metà, come quello riportato nella figura a lato preso dal sito della Schaeffler."

Si decide quindi di assegnare alla sezione 1 un diametro inferiore a quello della sezione A, e che sui due perni siano calettati due cuscinetti a sfera.



Dalla tabella dei cuscinetti si ricava che in A dovrà essere calettato un cuscinetto avente diametro interno d=35 [mm] e, scelta una larghezza B= 10 [mm], un diametro d_{a_min}= 38,2 [mm]; si sceglie d_a= 39 [mm].

Il diametro della sezione 2 dovrà essere superiore a questo valore per cui si pone D_2=41 [mm];

Nella sezione 2 è applicata una linguetta di forma A di dimensione $b\ x\ h = 12\ x\ 8$ con una profondità della cava $t_1 = 5\ [mm]$, sottraendo questo valore al diametrro di 41 mm si ottiene un diametro resistente di 36 mm ampiamente superiore a quello richiesto dai calcoli fatti in precedenza.