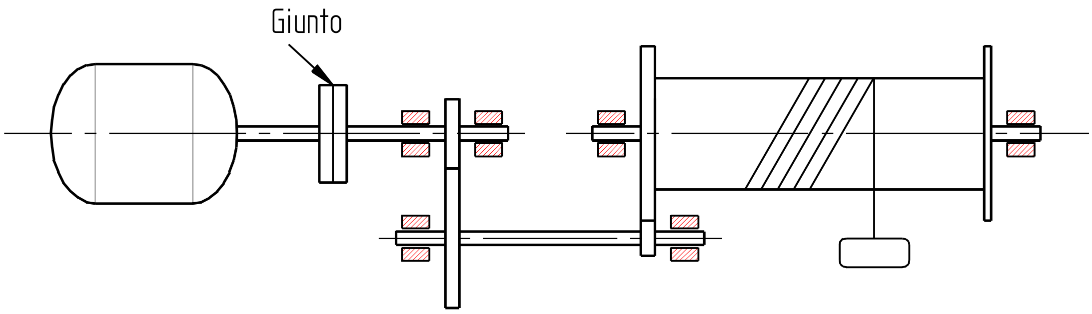
MECCANICA APPLICATA E MACCHINE A FLUIDO

Sessione ordinaria 2008

Lo schema riportato in figura rappresenta un motore elettrico che eroga una potenza nominale di 20 kW ad un regime di 750 giri al minuto e, attraverso un giunto rigido G, la trasmette ad un treno di quattro ruote dentate a denti dritti. L'ultima ruota è solidale ad un verricello A con un tamburo di diametro d = 30 cm.
Il rendimento complessivo della catena cinematica rappresentata è η = 0,87 e la velocità media di sollevamento del carico è pari ad 1,35 m/s

Il candidato, fissato con motivati criteri ogni altro elemento eventualmente mancante, esegua:

- il dimensionamento completo del giunto rigido G ed uno schizzo quotato dello stesso;
- il calcolo del carico massimo Q sollevabile;
- il calcolo del modulo di entrambe le coppie di ruote dentate.



Premessa: i calcoli saranno fatti facendo riferimento alla normativa e al "Manuale di meccanica " ed. Hoepli

Ipotesi di soluzione

Calcolo peso sollevato

La potenza utile al tamburo si ricava dalla potenza nominale P_n del motore , fornita dalla traccia, e dal rendimento totale η del meccanismo:

$$P_u = P_n \cdot \eta = 20 \cdot 0{,}87 = 17{,}40 \quad [kW]$$

con questa potenza utile e considerando la velocità v_s di sollevamento del carico si ricava quest'ultimo

$$Q = \frac{P_u}{v_s} = \frac{17\,400}{1{,}35} = 12\,888{,}89 \quad [N]$$

da cui $$m = \frac{Q}{g} = \frac{12888{,}89}{9{,}81} = 1\,314{,}30 \quad [kg] \ .$$

La velocità angolare del tamburo è facilmente calcolabile osservando che la velocità v_s è anche la sua velocità periferica v_t e che il suo diametro è assegnato.

$$\omega_t = \frac{2 \cdot v_t}{d_t} = \frac{2 \cdot 1{,}35}{0{,}3} = 9 \quad \left[\frac{rad}{s}\right]$$

da cui : $$n_t = \frac{\omega_t \cdot 60}{2 \cdot \pi} = \frac{9 \cdot 60}{2 \cdot \pi} = 85{,}94 \quad \left[\frac{giri}{min}\right]$$

Il rapporto di trasmissione totale sarà: $i_t = \dfrac{n_m}{n_t} = \dfrac{750}{85{,}94} = 8{,}73$

Calcolo diametri

Definendo i_1 ed i_2 i rapporti di trasmissione intermedi e ricordando che $i_t = i_1 \cdot i_2$ si pone $i_1=2{,}5$ e $i_2= 3{,}49$

da cui $i_t = i_1 \cdot i_2 = 2{,}5 \cdot 3{,}49 = 8{,}73$

Il diametro del tamburo è di 300 mm per cui il diametro della ruota dentata, posizionata sul suo lato destro, sarà sicuramente maggiore, si sceglie

$$D_4 = 420 \text{ [mm]}$$

la ruota che ingrana con essa avrà diametro $D_3 = \dfrac{D_4}{i_2} = \dfrac{420}{3{,}49} = 120{,}34 [mm]$

si approssima il diametro D_3 a 120 e quindi $i_2 = \dfrac{D_4}{D_3} = \dfrac{420}{120} = 3{,}5$

L'interasse dell'ingranaggio vale: $I_2 = \dfrac{D_3 + D_4}{2} = \dfrac{120 + 420}{2} = 270 \quad [mm]$

Imponendo che l'interasse I_1 del primo ingranaggio sia molto prossimo ad I_2 si assegnano i diametri delle altre due ruote dentate.

$$R_1 = \frac{I_1}{i_1 + 1} = \frac{270}{2{,}5 + 1} = 77{,}14 \quad [mm]$$

Si sceglie D_1 = 160 [mm] e quindi $D_2 = D_1 \cdot i_1 = 160 \cdot 2{,}5 = 400 \quad [mm]$

Calcolo modulo dei due ingranaggi.

Le ruote dentate possono cedere per due cause: per usura e per rottura il calcolo del modulo sarà fatto utilizzando entrambe le modalità.

Calcolo ad usura

Per le ruote con angolo di pressione di 20° il numero minimo di denti è:

$$z_{1\min} = \frac{2}{\sqrt{[u^2+(1+2u)\cdot sen^2\alpha]}-u}$$

per la prima coppia di ruote $u_1 = i_1 = 2{,}5$

$$z_{1\min} = \frac{2}{\sqrt{[2{,}5^2+(1+2\cdot 2{,}5)\cdot sen^2 20°]}-2{,}5} = 14{,}64$$

Imponendo un modulo $m_1 = 5$ mm si ha: $z_1 = \frac{D_1}{m_1} = \frac{160}{5} = 32 \quad [denti]$

Come materiale si sceglie un acciaio C40 bonificato sia per le ruote dentate che per gli alberi di trasmissione si ha:

$R_m = 640$ [MPa], $R_p = 420$ [MPa], HB = 190, E = 206000 [MPa]

imponendo un rapporto $\lambda = \frac{D}{m}$ pari a 16 e una durata h = 15000 ore si ricavano le varie costanti:

$$K_1 = 1{,}18\cdot\sqrt{\frac{E_1\cdot E_2}{E_1+E_2}} = 1{,}18\cdot\sqrt{\frac{206000^2}{2\cdot 206000}} = 1{,}18\cdot\sqrt{\frac{206000}{2}} = 378{,}70 \quad \left[\frac{\sqrt{N}}{mm}\right]$$

$$k = \sqrt[3]{\frac{2\cdot K_1^2}{z_1^2\cdot sen(2\cdot\alpha)}\cdot(1+\frac{z_1}{z_2})} = \sqrt[3]{\frac{2\cdot 378{,}70^2}{32^2\cdot sen(2\cdot 20°)}\cdot(1+\frac{1}{2{,}5})} = 8{,}48 \quad \left[\sqrt[3]{\frac{N}{mm^2}}\right]$$

la pressione massima ammissibile è:

$$p_{am} = 24{,}5\cdot\frac{H}{\sqrt[6]{n_1\cdot h}} = 24{,}5\cdot\frac{190}{\sqrt[6]{750\cdot 15000}} = 310{,}97 \quad \left[\frac{N}{mm^2}\right]$$

la coppia motrice si ricava dalla potenza motrice e dalla velocità angolare dell'albero:

$$M_{t1} = \frac{P_m}{\omega_m} = \frac{60\cdot 20000}{2\cdot\pi\cdot 750} = 254{,}65 \quad [Nm] = 254\,650 \quad [Nmm]$$

il modulo dovrà essere:

$$m \geqslant k\cdot\sqrt[3]{\frac{M_{t1}\cdot\cos^2\beta}{\lambda\cdot p_{am}^2}} = 8{,}48\cdot\sqrt[3]{\frac{254650\cdot 1}{16\cdot 310{,}97^2}} = 4{,}64 \quad [mm]$$

(l'angolo β è 0 in quanto le ruote sono a denti dritti).

Si noti come il modulo m = 5 scelto soddisfa l'ultima equazione.

Calcolo a Resistenza

Velocità periferica

$$v_1 = \omega_1 \cdot R_1 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_1}{60} R_1 = \frac{\pi}{60} \cdot n_1 \cdot D_1 = \frac{\pi}{60} \cdot 750 \cdot \frac{160}{1000} = 6{,}28 \quad \left[\frac{m}{s}\right]$$

con questa velocità e con con $z_1 = 32$ si ha: y = 0.367.

Con un grado di sicurezza $\gamma=3$, con A = 4, utilizzando ruote di media precisione si ricava la tensione ammissibile

$$\sigma_{am1} = \frac{R_m}{\gamma} \frac{A}{A+V} = \frac{640}{3} \frac{4}{4+6{,}3} = 82{,}85 \quad \left[\frac{N}{mm^2}\right]$$

e quindi il modulo deve soddisfare l'ulteriore condizione

$$m \geqslant \sqrt[3]{\frac{M_{t1} \cdot \cos^2 \beta}{\lambda \cdot z \cdot \sigma_{am1} \cdot y}} = \sqrt[3]{\frac{254650 \cdot 1}{16 \cdot 32 \cdot 82{,}85 \cdot 0{,}367}} = 2{,}54 \quad [mm]$$

Si nota come m= 5 mm soddisfa tutte e due le condizioni

Calcolo del giunto.

Si utilizza anche per l'albero lo stesso materiale delle ruote dentate, con un grado si sicurezza ancora pari a 3

si ha:

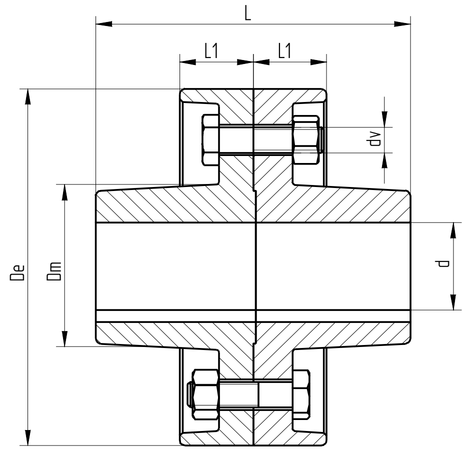
$$\tau_{am} = \frac{R_s}{\sqrt{3} \cdot \gamma} = \frac{420}{\sqrt{3} \cdot 2{,}5} = 97{,}0 \quad \left[\frac{N}{mm^2}\right]$$

Il diametro dell'albero sarà:

$$d_1 \geqslant \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{t1}}{\pi \tau_{am}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 254650}{\pi \cdot 97{,}0}} = 23{,}73 \quad [mm]$$

tenendo conto della presenza della cava della linguetta si sceglie un diametro di 28 mm.

con questo diametro sceglie un giunto avente dimensione



D = 120 mm	Dm = 55 mm
L = 100 mm	L_1 = 25 mm
L_2 = 12 mm	Numero Viti 4 M8X1

Verifica delle viti

Le viti saranno posizionate sulla circonferenza media della corona circolare di contatto tra i due semigiunti

$$D_v = \frac{(D_m - 5) + D}{2} = \frac{55 - 5 + 120}{2} = 85 \quad [mm]$$

La trasmissione della potenza tra i due semigiunti avviene sfruttando l'attrito.

Si ipotizza che la forza di attrito agisca anche essa a metà della corona di contatto si ha:

$$F_a = \frac{2 \cdot M_t}{D_v} = \frac{2 \cdot 254\,650}{85} = 5\,991{,}76 \quad [N]$$

con un coefficiente di attrito f = 0,30 si ricava la forza totale normale di chiusura necessaria per avere la coppia, e fornita dalle 4 viti:

$$N_t = \frac{F_a}{f} = 5\,\frac{991{,}76}{0{,}30} = 19972{,}55 \quad [N]$$

Su ogni vite agirà la forza

$$N_1 = \frac{N_t}{4} = \frac{19972{,}55}{4} = 4993{,}14 \quad [N]$$

Utilizzando anche per le viti lo stesso acciaio si ha:

$$\sigma_{amv} = \frac{R_m}{\gamma} = \frac{640}{3} = 213{,}33 \quad \left[\frac{N}{mm^2}\right]$$

S calcola adesso il diametro delle viti, ipotizzando che esse siano sottoposte al solo carico Normale.

$$d_v \geqslant \sqrt{\frac{4 \cdot N_1}{\pi \sigma_{amv}}} = \sqrt[2]{\frac{4 \cdot 4993{,}14}{\pi \cdot 213{,}13}} = 5{,}45 \quad [mm]$$

Le viti scelte sono delle M8 per cui sicuramente resistono alle forze applicate.