

DISEGNO DI COSTRUZIONI MECCANICHE E STUDI DI FABBRICAZIONE

Sessione ordinaria 1987

Una coppia di ruote dentate cilindriche a denti diritti di acciaio 18 Ni Cr 4 trasmette la potenza di 8 [kW] dal motore, che ruota a 1500 [giri/min], ad una macchina operatrice; il rapporto di riduzione è 1:2,5.

Il candidato, dopo aver schematizzato la trasmissione descritta, esegua il proporzionamento dell'albero condotto ed il dimensionamento della coppia di ruote.

Esegua, inoltre, il disegno esecutivo della ruota condotta, completo delle tolleranze dimensionali di lavorazione e delle rugosità superficiali.

Premessa:

I dati utilizzati sono stati ricavati dal: "Manuale di meccanica" della Hoepli

Ipotesi di soluzione

I dati forniti non sono molti per cui è necessario effettuare delle ipotesi di lavoro e delle scelte.

Per iniziare è necessario cambiare l'acciaio delle ruote dentate in quanto, quello indicato dalla traccia, non compare sul manuale utilizzato.

Dal manuale (pag. F-116), si sceglie per le ruote l'acciaio 16 Ni Cr 4 che ha:

- tensione di rottura $R_{mr} = 830 [N/mm^2]$,
- durezza Brinell $HB = 255 [N/mm^2]$,
- modulo di Young $E = 206\,000 [N/mm^2]$,

per gli alberi invece si ipotizza l'uso di un acciaio C40 bonificato che ha:

- tensione di rottura $R_{ma} = 640 [N/mm^2]$,
- tensione di snervamento $R_{sa} = 480 [N/mm^2]$,

Dai dati forniti, posto $i = \frac{n_1}{n_2}$, si ricava la frequenza di rotazione n_2 dell'albero condotto:

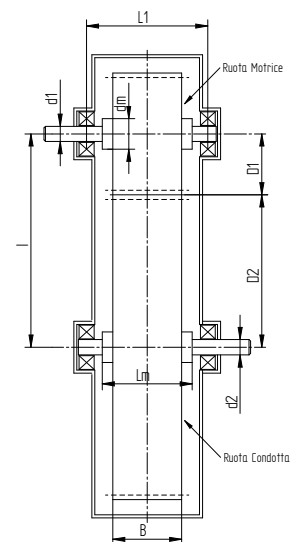
$$n_2 = \frac{n_1}{i} = \frac{1500}{2,5} = 600 \quad \left[\frac{\text{giri}}{\text{min}} \right],$$

le due velocità angolari sono:

$$\omega_1 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_1}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1500}{60} = 157,1 \quad \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] \quad \text{e} \quad \omega_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_2}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 600}{60} = 62,8 \quad \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

e le due coppie agenti;

$$M_{t1} = \frac{P}{\omega_1} = \frac{8000}{157,1} = 50,93 [Nm] = 50930 [Nmm] \quad \text{e} \quad M_{t2} = \frac{P}{\omega_2} = \frac{8000}{62,8} = 127,32 [Nm] = 127320 [Nmm]$$



Calcolo ruote dentate

Definito u come rapporto di ingranaggio si ha: $u=i=2,5$, il numero minimo di denti è:

$$z_{min} = \frac{2}{\sqrt{[u^2 + (1+2 \cdot u) \cdot \text{sen}(2 \cdot \alpha)] - u}} = \frac{2}{\sqrt{[2,5^2 + (1+2 \cdot 2,5) \cdot \text{sen}(2 \cdot 20)] - 2,5}} = 14,63$$

Si sceglie come numero di denti del pignone $z_1=20$ per cui

$$z_2 = i \cdot z_1 = 2,5 \cdot 20 = 50$$

Per il calcolo del modulo, delle due ruote, sarà necessario effettuare delle ipotesi che dovranno essere successivamente verificate: si ipotizza una velocità periferica superiore a 3 [m/s] per cui il calcolo sarà effettuato ad usura.

Si ipotizza che il numero di ore di funzionamento sia pari a 30000 ore per cui la pressione ammissibile sarà:

$$p_{am} = 24,5 \cdot \frac{HB}{\sqrt[6]{n_1 \cdot h}} = 24,5 \cdot \frac{255}{\sqrt[6]{1500 \cdot 30000}} = 331,26 \quad [MPa]$$

per il valutare la pressione massima si devono calcolare le due costanti K_1 e k , ricordando che $E_2 = E_1 = E$ si ha

$$K_1 = 1,18 \cdot \sqrt{\frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}} = 1,18 \cdot \sqrt{\frac{206000^2}{2 \cdot 206000}} = 1,18 \cdot \sqrt{\frac{206000}{2}} = 378,71 \quad \left[\frac{\sqrt{N}}{mm} \right]$$

con un angolo di pressione $\alpha=20^\circ$ si ottiene

$$k = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot K_1^2}{z_1^2 \cdot \text{sen}(2 \cdot \alpha)} \cdot \left(1 + \frac{z_1}{z_2}\right)} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 278,71^2}{20^2 \cdot \text{sen}(2 \cdot 20^\circ)} \cdot \left(1 + \frac{20}{50}\right)} = 11,60 \quad \left[\frac{\sqrt[3]{N}}{mm} \right]$$

ipotizzando che sia $\lambda = \frac{b}{z} = 16$, è possibile calcolare il modulo

$$m \geq k \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{t1}}{\lambda \cdot p_{am}^2}} = 11,60 \cdot \sqrt[3]{\frac{50930}{16 \cdot 331,28^2}} = 3,57 \text{ mm}$$

Si sceglie un modulo $m=4$ mm e quindi:

$$d_{p1} = m \cdot z_1 = 4 \cdot 20 = 80 \quad [mm]$$

$$d_{p2} = d_{p1} \cdot i = 80 \cdot 2,5 = 200 \quad [mm]$$

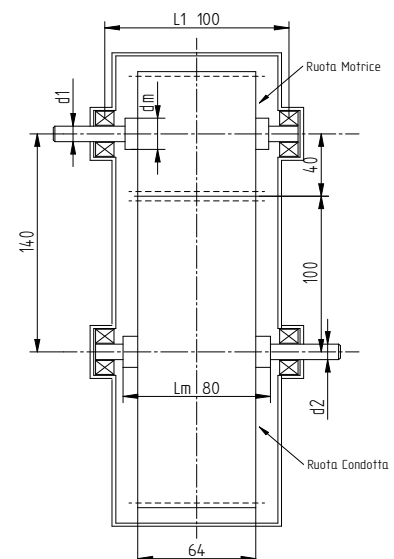
$$b = \lambda \cdot m = 16 \cdot 4 = 64 \quad [mm]$$

Il disegno a lato rappresenta una prima approssimazione dell'ingranaggio, si noti come $L_1=100$ [mm] ed $L_m=80$ [mm]

La velocità periferica è:

$$v = \omega_1 \cdot \frac{D_{p1}}{2} = 157,1 \cdot \frac{80}{2 \cdot 1000} = 6,3 \quad \left[\frac{m}{s} \right]$$

essa è effettivamente superiore a 3 m/s.



Calcolo alberi

Posto il coefficiente di sicurezza dell'albero $\gamma_a = 2$ si ricavano le tensioni ammissibili:

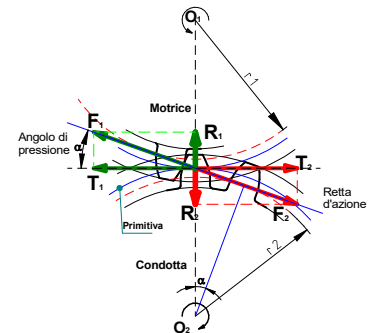
$$\sigma_{ama} = \frac{R_{sa}}{\gamma_a} = \frac{480}{2} = 240 \quad [MPa] \quad \text{e} \quad \tau_{ama} = \frac{\sigma_{ama}}{\sqrt{3}} = \frac{240}{\sqrt{3}} = 138,6 \quad [MPa]$$

Con riferimento alla figura a lato, si calcolano le forze che agiscono sui denti che si trasmettono agli alberi.

$$T_1 = \frac{2 \cdot M_{t1}}{D_1} = \frac{2 \cdot 50930}{80} = 1273,25 \quad [N]$$

$$R_1 = T_1 \cdot \text{tg}(\alpha) = 1273,25 \cdot \text{tg}(20) = 463,43 \quad [N]$$

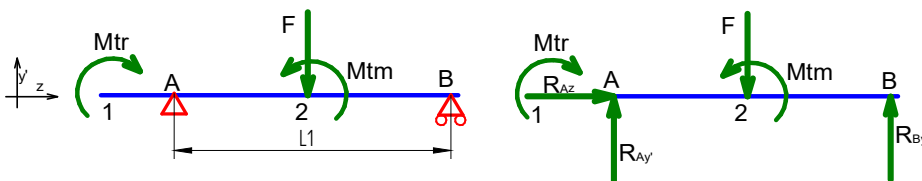
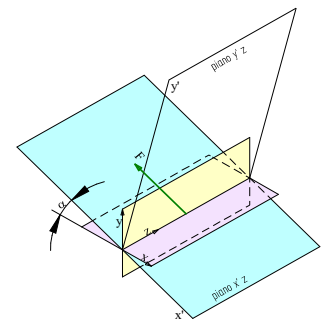
$$F_1 = \frac{T_1}{\cos(\alpha)} = \frac{1273,25}{\cos(20)} = 1354,96 \quad [N]$$



Per il calcolo delle dimensioni dell'albero, considerato che su di esso agisce una sola forza, si effettuerà il calcolo delle reazioni vincolari nel sistema cartesiano $x' y' z$ ruotato, rispetto al sistema xyz , di un angolo pari a 20°

In questo sistema di riferimento la forza F appartiene al piano $x' z$.

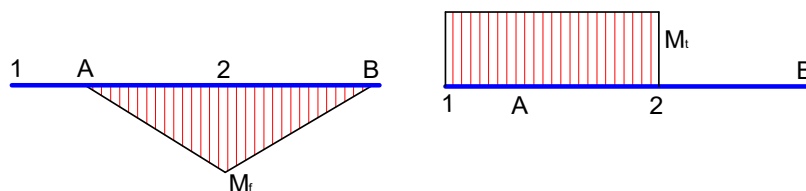
Si effettua una schematizzazione dell'albero e si disegna il corpo libero associato



Il calcolo delle reazioni vincolari è molto semplice considerata la posizione della forza in posizione mediana rispetto ai vincoli

$$R_{Ay'} = R_{By'} = \frac{F_1}{2} = 677,47 \quad [N]$$

Il diagramma dell'andamento del momento flettente e del momento torcente sono rappresentati nei grafici che seguono



Il momento flettente massimo si ha nella sezione 2 e vale

$$M_{fmax} = \frac{R_{Ay'} \cdot L_1}{2} = 677,47 \cdot 50 = 33873 \quad [Nmm] = 33,87 \quad [Nm]$$

Nella sezione 2 agisce anche il momento torcente M_{t1} per cui il momento flettente ideale nella sezione vale

$$M_{fip} = \sqrt{M_{fmax}^2 + 0,75 M_{T1}^2} = \sqrt{33873^2 + 0,75 \cdot 50930^2} = 55613 \text{ [Nmm]} = 55,61 \text{ [Nm]}$$

Si calcolano i diametri dell'albero nella sezione 1 e 2

$$d_{a1} \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{t1}}{\pi \cdot \tau_{am}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 50930}{\pi \cdot 138,6}} = 12,3 \text{ [mm]} \quad \text{e} \quad d_{a2} \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{fip}}{\pi \cdot \sigma_{am}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 55613}{\pi \cdot 240}} = 13,31 \text{ [mm]}$$

Per assegnare le dimensioni alle varie sezioni dell'albero, si deve tener conto :

- la trasmissione della potenza, nelle sezioni 1 e 2, avverrà mediante linguette, per cui i diametri trovati devono essere opportunamente maggiorato per tener conto delle cave delle linguette previste,
- nelle sezioni A e B sono calettati dei cuscinetti per cui i diametri scelti dovranno per forza essere tra quelli che la norma prevede per i cuscinetti stessi.

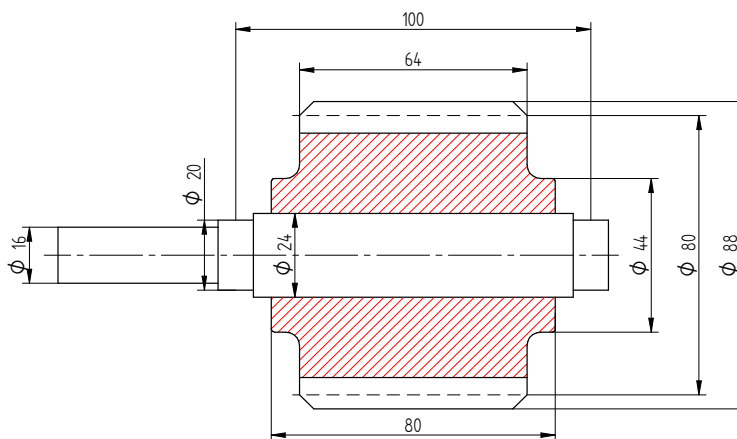
Per la scelta del tipo di ruota si ricorda che

- $d_p/d_a \leq 1,5 \cdot m$ la ruota dentata viene ricavata direttamente sull'albero
- $d_p/d_a \leq 5 \div 6$ si collega la corona al mozzo mediante un disco piano di spessore 1,5 m e con possibili fori di alleggerimento
- $d_p/d_a \geq 5 \div 6$ il collegamento della corona al mozzo avviene mediante razze, in genere in numero

nel caso studiato per il pignone si ha: $\frac{d_{p1}}{d_{a1}} = \frac{80}{24} = 3,33$

la ruota scelta come quella disegnata a lato rispettando le proporzioni riportate

Il disegno che segue rappresenta il pignone e l'albero motore, su di esso sono riportate le dimensioni principali



Per il calcolo della ruota mossa si deve far riferimento al motore torcente M_{t2} , la forza periferica è la stessa che agisce sul pignone per cui il momento flettente massimo risulta uguale a quello trovato in precedenza per cui:

$$M_{fir} = \sqrt{M_{fmax}^2 + 0,75 M_{T2}^2} = \sqrt{33873^2 + 0,75 \cdot 127320^2} = 115348 \text{ [Nmm]} = 115,35 \text{ [Nm]}$$

Si calcolano i diametri dell'albero nelle sezioni 1 e 2

$$d_{a1} \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M t_1}{\pi \cdot \tau_{am}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 127320}{\pi \cdot 138,6}} = 16,73 \text{ [mm]}$$

e

$$d_{a2} \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{fip}}{\pi \cdot \sigma_{am}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 115348}{\pi \cdot 240}} = 16,97 \text{ [mm]}$$

Per le dimensioni dell'albero sono ancora valide le motivazione descritte n precedenza.

Per la scelta del tipo di ruota si ricorda che si ha: $\frac{d_{p2}}{d_{a2}} = \frac{200}{30} = 6,67$ si sceglie una ruota come quella riportata a lato, si noti come il collegamento tra corona e mozzo avviene mediante un disco.

Il disegno finale riporta la ruoea e dell'albero con l'indicazione delle principali misure

