

## MECCANICA APPLICATA E MACCHINE A FLUIDO

Sessione ordinaria 1980

Un impianto di pompaggio con pompa centrifuga azionata da un motore elettrico ha le seguenti caratteristiche

- Prevalenza totale  $H = 30 \text{ m}$
- Portata  $Q = 0,12 \text{ m/s}$

L'energia elettrica necessaria viene fornita da un gruppo elettrogeno costituito da un motore "Diesel" 4 tempi, 4 cilindri, direttamente collegato con un alternatore trifase a 4 poli che eroga corrente ad una frequenza di 50 Hz.

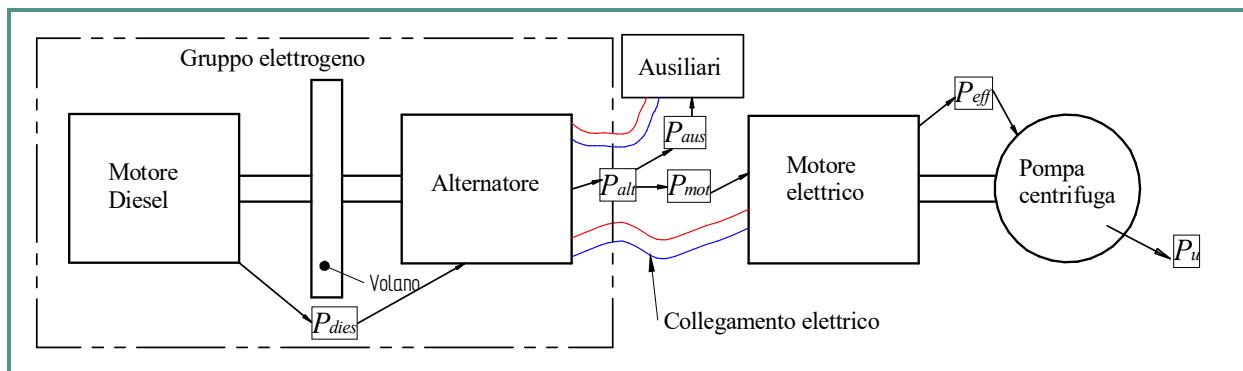
Fra il motore "Diesel" e l'alternatore è montato un volano di diametro medio pari a 500 mm.

Il candidato, assumendo con giustificato criterio ogni altro dato occorrente, dimensioni la corona del volano ed esegua, inoltre, le opportune verifiche di resistenza.

**Premessa:** i calcoli saranno fatti facendo riferimento alla normativa e al "Manuale di meccanica" ed. Hoepli

### Ipotesi di soluzione

Si definisce un possibile schema dell'albero



Dati forniti:

prevalenza pompa	$H_m = 30 \text{ [m]}$	portata volumetrica	$\dot{V} = 0,12 \text{ [m}^3 \text{/s]}$
diametro medio volano	$D_V = 500 \text{ [mm]} = 0,5 \text{ [m]}$	numero poli alternatore	$p_A = 4$
frequenza di rete	$f_r = 50 \text{ [Hz]}$		

Dati assunti:

rendimento totale pompa	$\eta = 0,75$	rendimento trasmissione elettrica	$\eta_e = 0,95$
rendimento motore elettrico	$\eta_{mot} = 0,90$	rendimento alternatore	$\eta_{alt} = 0,90$
massa volumica acqua	$\rho = 1000 \text{ [kg/m}^3\text{]}$		

Si calcola la potenza utile della pompa

$$P_u = \rho \cdot g \cdot H_m \cdot \dot{V} = 1000 \cdot 9,81 \cdot 30 \cdot 0,12 = 35316 [W] = 35,32 [kW]$$

La potenza fornita dal motore elettrico alla pompa sarà:

$$P_{\text{eff}} = \frac{P_u}{\eta} = \frac{35,32}{0,75} = 47,08 [kW]$$

La potenza che il motore elettrico riceve vale

$$P_{\text{mot}} = \frac{P_{\text{eff}}}{\eta_{\text{mot}}} = \frac{47,08}{0,90} = 52,31 [kW]$$

Definendo  $P_{\text{alt}}$  la potenza utile dell'alternatore, essa è utilizzata, per la maggior parte, dal motore elettrico, ma anche dagli ausiliari  $P_{\text{aus}}$ ; si ipotizza che questi consumino una percentuale  $c_{\text{aus}} = 10\%$  della potenza del motore elettrico si ha:

$$\begin{aligned} P_{\text{aus}} &= c_1 \cdot P_{\text{mot}} \\ P_{\text{alt}} &= P_{\text{aus}} + P_{\text{mot}} \\ P_{\text{alt}} &= c_{\text{aus}} \cdot P_{\text{mot}} + P_{\text{mot}} \\ P_{\text{alt}} &= P_{\text{mot}}(1 + c_{\text{aus}}) = 52,31 \cdot (1 + 0,1) = 57,54 [kW] \end{aligned}$$

Si calcola infine la potenza erogata dal motore diesel

$$P_{\text{dies}} = \frac{P_{\text{alt}}}{\eta_{\text{alt}}} = \frac{57,54}{0,90} = 63,93 [kW] = 63933 [W]$$

Dalla relazione tra frequenza di rete e numero di poli dell'alternatore si ricava il numero di giri di quest'ultimo

$$f = \frac{p \cdot n}{120} \quad \text{si ha} \quad n_A = \frac{f_r \cdot 120}{p_A} = \frac{50 \cdot 120}{4} = 1500 [rpm]$$

Si considera questo come il numero di giri medio del motore diesel.

Si calcola la velocità angolare

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_A}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1500}{60} = 157,08 \left[ \frac{rad}{s} \right]$$

Il momento motore sarà:

$$M_t = \frac{P_{\text{dies}}}{\omega} = \frac{63933}{157,08} = 407,01 [Nm]$$

Per il calcolo del volano è necessario definire dei valori per coefficiente di fluttuazione e grado di irregolarità del motore :

grado di irregolarità  $\delta > 0,0025$  e coefficiente di fluttuazione  $\varphi = 0,25$

Il lavoro di fluttuazione è:

$$L_f = 2 \cdot \varphi \cdot \pi \cdot M_t = 2 \cdot 0,25 \cdot \pi \cdot 406,96 = 639,33 [J]$$

Il momento di inerzia del volano vale si ricava mediante una relazione I.132 del manuale

$$I_v = \frac{2 \cdot \pi \cdot \phi \cdot P_{dies}}{3 \cdot \delta \cdot \omega^3} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0,25 \cdot 63,93}{0,0025 \cdot 157,8^3} = 10,36 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2]$$

Con un diametro di 0,5 [m] si utilizza un volano a razze, in questa tipologia di organi il momento di inerzia è la somma di due momenti

- il primo è quello della corona
- il secondo è quello del mozzo e delle razze

il primo è molto più grande del secondo, si ipotizza che la corona abbia il 90% del totale.

$$I_c = 0,9 \cdot I_v = 0,9 \cdot 10,36 = 9,32 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2]$$

Ricordando la definizione del momento di inerzia e facendo riferimento alla figura disegnata a lato si ha.

$$I_c = m_c \cdot R_m^2$$

Si ricava il valore della massa della corona

$$m_c = \frac{I_c}{R_m^2} = \frac{4 \cdot I_c}{D_m^2} = \frac{4 \cdot 9,32}{0,50^2} = 149,12 \text{ [kg]}$$

Ipotizzando il volano in ghisa, la massa volumica vale  $\rho_G = 7250 \text{ [kg/m}^3]$  il volume della corona vale

$$V_c = \frac{m_c}{\rho_G} = \frac{149,12}{7250} = 0,02058 \text{ [m}^3]$$

Mediante il teorema di Guldino si calola l'area della sezione della corona

$$A_c = \frac{V_c}{\pi \cdot D_m} = \frac{0,02058}{\pi \cdot 0,5} = 0,01310 \text{ [m}^2]$$

Imponendo che la sezione della corona sia rettangolare e che la base  $b$  ed altezza  $h$  valga la relazione

$$k_c = \frac{h}{b} = 1,5$$

si ha:  $h = k_c \cdot b = 1,5 \cdot b$        $A_c = b \cdot h = 1,5 \cdot b^2$

per cui:  $b = \sqrt{\frac{A_c}{k}} = \sqrt{\frac{0,01310}{1,5}} = 0,09345 \text{ [m]} = 93,45 \text{ [mm]}$

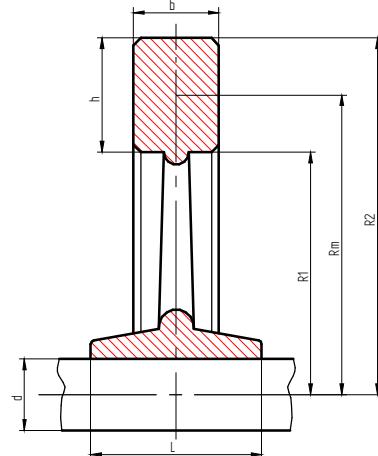
e l'altezza:  $h = 1,5 \cdot b = 1,5 \cdot 93,45 \text{ [mm]} = 140,17 \text{ [mm]}$

Si sceglie:  $h = 140 \text{ [mm]}$  e  $b = 100 \text{ [mm]}$

Con questa coppia di valori si ha

$$A_c = 0,014 \text{ [m}^2] \quad V_c = 0,02199 \text{ [m}^3] \quad m_c = 159,43 \text{ [kg]} \quad I_c = 9,97 \text{ [kg m}^3]$$

$$\delta = 0,0234 \quad \text{inferiore allo 0,025 richiesto}$$



Per la verifica alla forza centrifuga del volano si utilizza la relazione I.135

$$\sigma_{am} \geq \frac{\rho_g \cdot v^2}{10^6}$$

dove  $\sigma_{am}$  è la tensione ammissibile, per la ghisa:  $\sigma_{am} = 12 \left[ \frac{N}{mm^2} \right]$

$v$  è la velocità periferica del volano

$$v = \omega \frac{D_m}{2} = 157,08 \cdot \frac{0,5}{2} = 39,27 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

$\rho_g$  è la massa volumica della ghisa espressa in  $[kg/m^3]$

$$\sigma_{max} = \frac{\rho_g \cdot v^2}{10^6} = \frac{7250 \cdot 39,27^2}{10^6} = 11,18 \left[ \frac{N}{mm^2} \right]$$

La verifica è soddisfatta.